

Волны.

Общие понятия.

Если в каком-нибудь месте упругой среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами, в среде будут распространяться колебания. Процесс распространения колебаний в пространстве называется волной.

Волны - изменения состояния среды (возмущения), распространяющиеся в этой среде и несущие с собой энергию. Наиболее важные и часто встречающиеся виды волн - упругие волны, волны на поверхности жидкости и электромагнитные волны. Частными случаями упругих волн являются звуковые и сейсмические волны, а электромагнитных - радиоволны, свет, рентгеновские и другие излучения.

Скорость распространения волны нельзя связывать со скоростью движения материальных частиц среды, в которой распространяется волна. Скорость волны представляет собой скорость распространения в пространстве определённой фазы колебаний. Поэтому скорость волны принято называть фазовой скоростью. Скорость волны определяется главным образом упругими свойствами среды, в которой она распространяется. От упругих свойств среды зависит и вид волны. Наиболее распространёнными являются предельные и поперечные волны.

Поперечная волна - волна, направление распространения которой ортогонально траекториям колеблющихся точек среды.

Поперечные волны возникают в средах, в которых при сдвиге какого-либо слоя возникают упругие силы (по закону Гука). Такими свойствами обладают в основном твёрдые тела.

Продольная волна - волна, направление распространения которой коллинеарно траекториям колеблющихся точек среды. Продольные волны наблюдаются в тех средах, где возникают упругие силы при сжатии или

растяжении: это жидкости или газы. Продольные волны могут возникать и в твёрдых телах . Длина волны – λ , период – T , частота – ν .

Основное свойство всех волн независимо от их природы состоит в том, что в воллах осуществляется перенос энергии без переноса вещества. Перенос вещества может иметь место как побочное явление Бегущая волна (волна) - распространение возмущения в среде с некоторой определённой скоростью. Величину, служащую мерой состояния среды (перемещение, напряжение, деформацию и т.д.) в случае постоянной скорости волны можно представить в виде функции $F = F_1(q)F_2(q - ct)$, где q – пространственная координата, вдоль которой происходит распространение волны, t – время, c – постоянная скорость распространения волны.

Гармоническая волна - волна, при которой все точки среды совершают гармонические колебания. В зависимости от направления колебания частиц по отношению распространения волны различают продольные и поперечные волны.

Волновая поверхность гармонической волны - односвязная поверхность в среде, представляющая собой геометрическое место синфазно колеблющихся точек среды при гармонической бегущей волне.

Фронт волны - самая далекая (в данный момент времени) волновая поверхность, куда дошла волна к этому моменту времени. В зависимости от вида односвязной поверхности волны бывают плоские, цилиндрические и сферические.

Плоская волна - волна, фронт которой представляет собой плоскость, перпендикулярную направлению распространения волны.

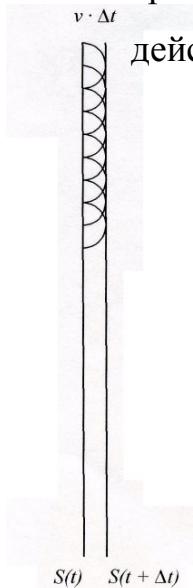
Цилиндрическая волна - волна, фронт которой представляет собой цилиндрическую поверхность с радиусом, совпадающим с направлением распространения волны.

Сферическая волна - волна, фронт которой представляет собой сферическую поверхность с радиусом, совпадающим с направлением распространения волны.

Принцип Гюйгенса.

Для решения различных задач важно знать метод построения фронта волны в некоторый момент времени, если известен фронт волны в предыдущий момент времени, т.е. решить задачу о распространении волнового фронта. Такой метод предложил Гюйгенс. Он носит название **принципа Гюйгенса**.

Каждая точка среды, до которой доходит возбуждение, является в свою очередь центром вторичных волн; поверхность, огибающая в некоторый момент времени эти вторичные волны, указывает положение к этому моменту фронта действительно распространяющейся волны.



Уравнение плоской и сферической волн.

Уравнением волны называется выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы в любой момент времени: $\varepsilon = \varepsilon_1(q)\varepsilon_2(q - ct)$.

Функция ε должна быть периодической и относительно координат, и относительно времени. Найдем вид функции ε в случае плоской волны. Предполагая, что колебания частиц среды носят гармонический характер.

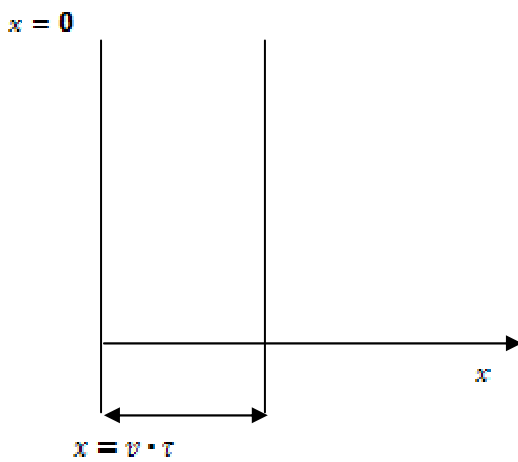


Рис.1

Пусть колебания точек, лежащих в плоскости

$x = 0$, описываются уравнением:

$$\varepsilon(0, t) = a \cos(\omega t + \alpha).$$

Найдём вид уравнения, описывающего

колебания точек, лежащих в произвольной

плоскости x . Для того чтобы пройти путь от

плоскости $x = 0$ до плоскости $x = x$,

гармонической волне нужно время $\tau = \frac{x}{v}$

Колебания частиц среды, лежащих в плоскости x будут отставать на время τ от колебаний частиц, лежащих в плоскости $x = 0$.

$$\varepsilon(x, t) = a \cos[\omega(t - \tau) + \alpha] = a \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha\right]$$

Зафиксируем некоторое положение фазы гармонической волны.

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \alpha = const \quad (1)$$

Продифференцируем (1) по времени: $dt - \frac{dx}{v} = 0$

Отсюда: $v = \frac{dx}{dt}$ - фазовая скорость.

Фазовая скорость - скорость распространения поверхности равной фазы для монохроматического излучения. Монохроматическим называется излучение, которое с достаточным приближением может быть охарактеризовано

одним значением частоты (длины волны, волнового числа). Введём величину $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

волновое число, которое является модулем волнового вектора. Волновой вектор k

- вектор, направление которого совпадает с направлением распространения бегущей волны. В изотропных средах вдоль волнового вектора направлены

групповая скорость и плотность потока энергии. Групповая скорость - скорость

распространения характерной точки на огибающей группы волн, близких по частоте. Физический смысл - групповая скорость совпадает со скоростью переноса энергии излучения группой волн.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{v}{v} = \frac{\omega}{v}; \quad v = \frac{\omega}{k}$$

Здесь: λ – длина волны, v – фазовая скорость, которая зависит от частоты.

Длина гармонической волны (длина волны) – расстояние между двумя соседними частицами, колеблющимися одинаковым образом (в одинаковой фазе)

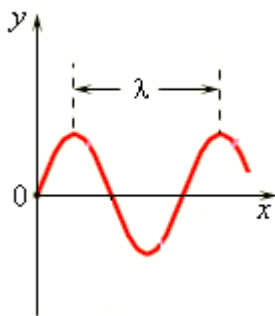


Рис. 2

Длина волны связана с периодом колебаний и фазовой скоростью распространения волны в данном направлении соотношением: $\lambda = v \cdot T$ размерность и единица длины волны

$$\dim \lambda = L \quad [\lambda] = 1\text{м}.$$

размерность и единица волнового вектора и волнового числа

$$[k] = 1\text{м}^{-1}.$$

следовательно, уравнение плоскости гармонической волны (одномерной):

$$\varepsilon = a \cos\left[\omega t - \frac{\omega x}{v} + \alpha\right] = a \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\varepsilon = a \cos(\omega t - kx + \alpha)$$

$$\varepsilon = \frac{a}{r} \cos(\omega t - kx + \alpha) \quad (3).$$

Уравнение сферической волны:

Уравнение (2) для облегчения решений многих задач можно записать в другом виде, воспользовавшись формулой Эйлера: $\exp(i\varphi) = \cos\varphi + i\sin\varphi$ и положив $\alpha = 0$.

$$\varepsilon = a \exp[i(\omega t - kx)] = a \exp(-ikx) \cdot \exp(i\omega t) \quad (4).$$

Для волны, распространяющейся в любом направлении (случай плоской волны): $\varepsilon(r, t) = a \cos(\omega t - k \cdot r + \alpha) \quad (5).$

Или $\varepsilon = a \exp(-ik \cdot r) \exp(i\omega t)$, (6).

Где r - радиус – вектор, k - волновой вектор, n - единичный вектор нормали к волновой поверхности.

$$k \cdot r = k_x \cdot x + k_y \cdot y + k_z \cdot z.$$

где $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha$; $k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\beta$; $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\gamma$.

$\cos\alpha$; $\cos\beta$; $\cos\gamma$ - направляющие косинусы.

Волновое уравнение.

Уравнение любой волны является решением дифференциального уравнения,

которое называется: $\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2\varepsilon}{dy^2} + \frac{d^2\varepsilon}{dz^2} = \frac{1}{v^2} \frac{d^2}{dt^2}$ (7).

или $\Delta\varepsilon = \frac{1}{v^2} \frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$, (8).

где Δ - оператор Лапласа. $\Delta = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$

Для гармонических волн справедливо $\Delta\varepsilon = -k^2\varepsilon$; $\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = -\omega^2\varepsilon$.

Стоячие волны.

Если в упругой среде распространяется одновременно несколько волн, то колебания частиц этой упругой среды оказываются геометрической суммой

колебаний, которые совершали бы частицы при распространении каждой из волн в отдельности - принцип суперпозиции волн.

Стоячая волна - состояние среды, при котором расположение максимумов и минимумов перемещений колеблющихся точек не меняется во времени. Стоячую волну можно рассматривать как результат наложения двух одинаковых бегущих волн, распространяющихся навстречу одна другой.

Стоячая волна - периодическое или квазипериодическое во времени синфазное колебание с характерным пространственным распределением амплитуды - чередованием узлов и пучностей (максимумов). В линейных системах стоячая волна может быть представлена как сумма двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу. Простейший пример стоячей волны - плоская звуковая стоячая волна внутри наполненной воздухом трубы (например, органной) при закрытом (с идеально твердой стенкой) и открытом концах. Пусть две плоские волны с одинаковыми амплитудами распространяются одна в положительном направлении, другая в отрицательном направлении оси X. Пусть начальные фазы равны нулю: $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

Уравнения волн соответственно будут:

$$\varepsilon_1 = a \cos(\omega t - kx); \quad \varepsilon_2 = a \cos(\omega t + kx) \quad (9).$$

Найдём результирующую волну:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = a \cos(\omega t - kx) + a \cos(\omega t + kx) = 2a \cos kx \cdot \cos \omega t$$

Здесь учтено, что:

$$\cos \alpha + \cos \beta = \frac{2 \cos(\alpha + \beta)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta)}{2}$$

Возникающее результирующее колебание с амплитудой $A = |2a \cos kx|$ и есть стоячая волна. Амплитуда стоячей волны достигает максимального значения в точках, удовлетворяющих условию: $kx = \pm \pi n \quad n = 0, 1, 2, \dots \dots \quad \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm \pi n$

Отсюда $x = \pm n \frac{\lambda}{2}$ - координаты пучности стоячей волны.

Пучность колебаний (пучность) - точка среды в стоячей волне, в которой размах перемещений имеет максимум. Совокупность таких точек может образовывать линию пучности и поверхность пучности.

Амплитуда стоячей волны обращается в ноль в точках:

$$kx = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi \quad n = 1; 2; 3; \dots \quad \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$

отсюда $x = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$ - узлы волны.

Узел колебаний (узел) - неподвижная точка среды в стоячей волне. Совокупность таких точек может образовывать узловую линию и узловую поверхность.

Энергия волны.

Пусть волна распространяется вдоль оси y и задана уравнением:

$$x = a \cos \omega \left(t - \frac{y}{v}\right) \quad (10)$$

Энергия участка среды, в котором распространяется волна, складывается из кинетической энергии E_k и потенциальной энергии E_n . Пусть объем участка среды V , масса m , скорость смещения частиц v . Кинетическая энергия:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}; \quad m = \rho V; \quad \rho - \text{плотность среды.}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -a\omega \sin \left[\omega \left(t - \frac{y}{v}\right)\right]$$

$$E_k = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{v}\right) = \frac{1}{2} \rho V a^2 \omega^2 \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{v}\right) \quad (11)$$

Потенциальная энергия участка упругой среды, подвергнутого деформации:

Модуль Юнга и коэффициент упругости K связаны уравнением: $K = \frac{1}{E}$

$$E_n = \frac{1}{2} \left(\frac{E \cdot S}{L}\right) \Delta L^2$$

Следовательно, (умножив E_n на L/S) получим:

$$L \cdot S = V - \text{объем деформированного тела.}$$

$$\frac{\Delta L}{L}$$

$$E_n = \frac{1}{2} \frac{1}{K \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \cdot S \frac{dx}{dy}$$

Относительную деформацию можно представить как $\frac{dx}{dy}$, где dx - относительное смещение частиц, отстоящих друг от друга на dy .

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\alpha\omega}{v} \sin \omega \left(t - \frac{y}{v} \right)$$

Следовательно:
$$E_n = \frac{1}{2} \frac{1}{K} V \frac{\alpha^2 \omega^2}{v^2} \sin^2 \omega \left(t - \frac{y}{v} \right) \quad (12).$$

Сравнивая (11) и (12) видим, что E_k и E_n одновременно достигают max и min.

Полная энергия бегущей гармонической волны:

$$E = E_k + E_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Kv^2} + \rho \right) \frac{\alpha^2 \omega^2}{1} V \sin^2 \left[\left(t - \frac{y}{v} \right) \omega \right] \quad (13)$$

Скорость распространения волн в упругой среде:

$$v = \sqrt{\frac{1}{K\rho}}$$

Следовательно, полная энергия:

$$E = \rho \alpha^2 \omega^2 V \sin^2 \left[\left(t - \frac{y}{v} \right) \omega \right] \quad (14).$$

Энергия участка волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, квадрату частоты колебаний и плотности упругой среды, в которой распространяется эта волна.

Максвелл обобщил закон полного тока, предположив, что переменное электрическое поле, так же как и электрическое поле, является источником магнитного поля. Количественной мерой магнитного действия переменного электрического поля является ток смещения, величина которого пропорциональна скорости изменения потока электрического смещения (электрической индукции).

$$I_{cm} = \frac{e\vec{D}}{et} S \cdot \vec{n},$$
 где S - площадь поверхности, которую пересекает поток вектора \vec{D} , \vec{n} - единичный вектор нормали к поверхности S .

Плотность потока смещения:
$$\vec{J}_{cm} = \frac{e\vec{D}}{et}.$$

По величине и направлению равна скорости изменения электрического смещения (электрической индукции). Учитывая, что $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$, где \vec{P} - поляризованность среды (вектор поляризации), для плотности тока смещения

получим выражение: $\vec{J}_{см} = \epsilon_0 \frac{e\vec{E}}{et} + \frac{e\vec{P}}{et}$ (1). Уравнение (1) раскрывает

«источники» тока смещения. Появление тока смещения в общем случае обусловлено двумя составляющими: величина $\frac{e\vec{P}}{et}$ обусловлена изменением поляризованности среды в переменном электрическом поле (например, поворотом или смещением молекулярных диполей при изменении направления поля), величина $\frac{e\vec{E}}{et}$ обусловлена изменением во времени электрического поля.

Из (1) следует, что ток смещения может существовать и в вакууме, причём в этом случае слагаемое $\frac{e\vec{P}}{et}$ отсутствует. Ток смещения создаёт магнитное поле такое же, как магнитное поле равного ему тока проводимости.

Система уравнений Максвелла.

Полная система уравнений Максвелла в интегральной форме для электромагнитного поля включает в себя:

- Закон электромагнитной индукции

$$\oint_l \vec{E} d\vec{e} = - \int_s \frac{e\vec{B}}{dt} \quad (1)$$

- Закон полного тока

$$\oint_l \vec{H} d\vec{e} = \int_s \left(\vec{j} + \frac{e\vec{D}}{dt} \right) d\vec{S} \quad (2)$$

- Теорему Остроградского-Гаусса для электрического поля

$$\oint_s (\vec{D} \cdot \vec{n}) dS = \int_v \rho dV \quad (3)$$

- Теорему Остроградского-Гаусса для магнитного поля

$$\oint_S (\vec{B} \cdot \vec{n}) dS = 0 \quad (4)$$

Полная система уравнений Максвелла в дифференциальной форме имеет

$$\text{вид: } \text{rot } \vec{E} = -\frac{e\vec{B}}{dt} \quad (5)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{e\vec{D}}{dt} \quad (6)$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho \quad (7)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (8)$$

Система уравнений Максвелла дополняется уравнениями, которые характеризуют электрические и магнитные свойства среды. Для изотропной среды в случае макротоков, подчиняющихся закону Ома эти уравнения имеют

$$\text{вид: } \vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}, \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}, \vec{j}_m = \gamma\vec{E}$$

Электромагнитные волны.

Уравнение (1) в полной системе уравнений Максвелла указывает на то, что изменяющееся во времени магнитное поле является одним из возможных источников вихревого электрического поля; уравнение (2) выражает закон, по которому магнитное поле порождается токами проводимости и смещения, являющимися возможными источниками магнитного поля. Таким образом, из первых двух уравнений вытекают два важных вывода:

1. Ни переменное электрическое поле, ни переменное магнитное поле не могут существовать отдельно, независимо одно от другого, т.к. одно поле неизменно порождает другое. Переменные электрическое и магнитное поля всегда существуют вместе в виде единого электромагнитного поля, при этом

электрическое и магнитное поля являются компонентами электромагнитного поля. В каждой точке пространства электромагнитное поле характеризуется двумя векторами: вектором напряжённости электрического поля \vec{E} и вектором напряжённости магнитного поля.

2. Формой существования электромагнитного поля является электромагнитная волна. Электромагнитное поле, возникнув в какой-либо области пространства, не остаётся локализованным в этой области, а распространяется с конечной скоростью в виде электромагнитной волны.

Рассмотрим распространение электромагнитных волн в однородном диэлектрике (удельная проводимость $\gamma = 0$), не содержащих объёмных зарядов ($\rho = 0$). В этом случае всюду и всегда отсутствует ток проводимости, а наличие магнитного поля \mathbf{H} связано лишь с существованием переменного электрического поля, обусловленного током смещения.

Для такого случая система уравнений Максвелла запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0 & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \end{aligned}$$

Пусть вектора \mathbf{E} и \mathbf{H} зависят только от x и y , т.е. рассматриваем одномерную задачу.

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} - \left(\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \mathbf{k} = \frac{\partial D_x}{\partial t} \mathbf{i} + \frac{\partial D_y}{\partial t} \mathbf{j} + \frac{\partial D_z}{\partial t} \mathbf{k}.$$

Так как задача одномерная, то все производные по y и z равны нулю. Следовательно, $\frac{\partial D_x}{\partial t} = 0$, т.е. электрическое поле в направлении распространения не меняется во времени.

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = +\frac{\partial D_y}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \frac{\partial D_z}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} E = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right)i - \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z}\right)j + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}\right)k = \frac{\partial B_x}{\partial t}i + \frac{\partial B_y}{\partial t}j + \frac{\partial B_z}{\partial t}k$$

Производные по y и z равны нулю, следовательно, магнитное поле в направлении распространения не изменяется. $\frac{\partial B_x}{\partial t} = 0$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_y}{\partial x} &= \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (2)$$

Сгруппируем уравнения системы (1) и (2) в две независимые группы, связывающие y - составляющие электрического поля, и z - составляющие магнитного поля,

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_y}{\partial t} &= -\frac{\partial H_z}{\partial x} \\ -\frac{\partial E_y}{\partial x} &= +\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned} \quad (3)$$

И y - составляющие электрического поля, и z - составляющие магнитного поля.

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \frac{\partial B_y}{\partial t} \end{aligned} \quad (4)$$

Из системы (3): меняющееся во времени электрическое поле E_y вызывает появление только магнитного поля H_z , а появление переменного магнитного поля H_z влечет за собой появление электрического поля E_y . Следовательно: вектора E и H перпендикулярны друг другу.

Итог: Электромагнитные волны - электромагнитные колебания, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью. Электромагнитные колебания - взаимосвязанные колебания электрического и магнитного полей, составляющих единое электромагнитное поле. Распространение электромагнитных колебаний происходит в виде электромагнитных волн.

Пусть $E_y = E$; $E_z = 0$; $H_z = H$; $H_y = 0$.

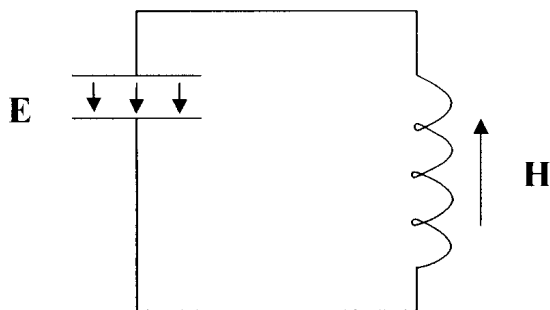
Из (3) и (4) следует

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial x} \quad (5)$$

Источники электромагнитных волн - изменяющиеся со временем электрические заряды и электрические токи. Это может быть любой контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, что позволяет создать в окружающем пространстве переменное электрическое или магнитное поле.

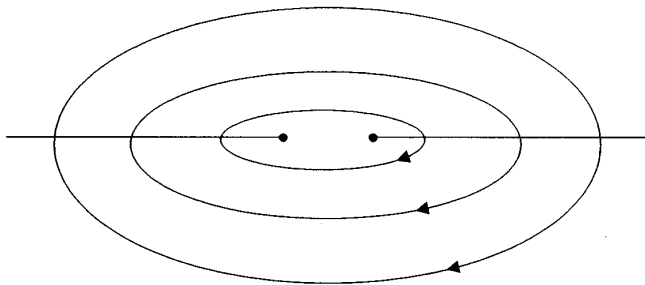
Такой закрытый контур не может служить источником электромагнитных волн,



т.к. электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное поле – внутри катушки.

Рис.3

Источником электромагнитных волн служит открытый колебательный контур



(вibrator Герца) – два стержня, разделённых искровым промежутком. Возбуждение колебаний происходит следующим образом: вибратор подключен к источнику ЭДС, и когда

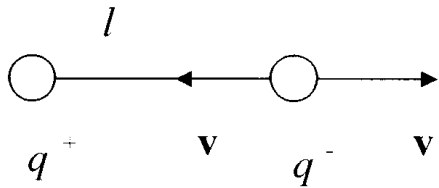
напряжение достигает пробивного значения, между электродами проскакивает искра и возникают затухающие электромагнитные колебания.

Излучения диполя.

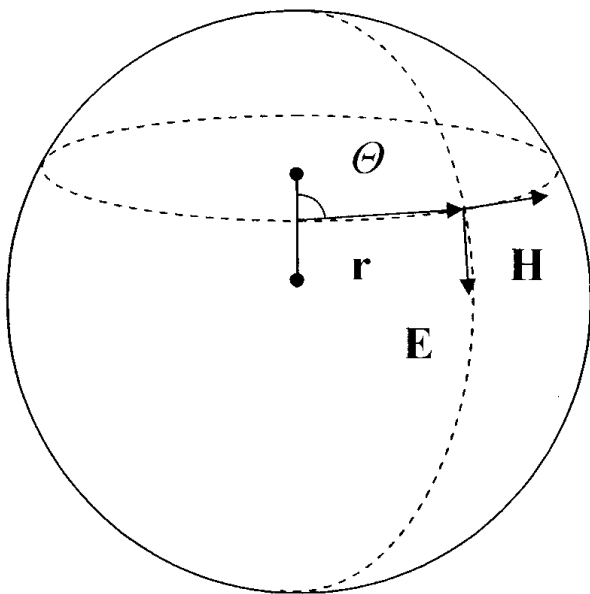
Простейшим излучателем электромагнитных волн является колеблющийся электрический диполь, электрический момент которого $P_0 = ql$ меняется со временем по гармоническому закону $P = P_0 \cos \omega t$.

Примером такого диполя может служить система, образованная неподвижным точечным зарядом q^+ и колеблющимся около него точечным зарядом q^- .

Диполь в волновой зоне (при $r \gg \lambda \sim l$) создаёт сферическую волну $(E \perp H \perp r)$. E - по касательной к меридиану; H



- по касательной к параллели. $E = E_0 \cos(\omega t - k \cdot r + \theta)$. Здесь $E_0 \sim \frac{\sin \theta}{r}$.



Следовательно, $I \sim \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$ - зависимость интенсивности от угла для данного r - это есть диаграмма направленности излучения диполя.

I достигает максимума при $\theta = \frac{\pi}{2}$.

$I = 0$ при $\theta = 0, \pi$.

Пространственное распределение электромагнитных полей, временные зависимости напряжённости электрического поля и напряжённости магнитного поля $H(t)$, определяющие тип волны (плоские, сферические и др.) зависят от характера источника волн

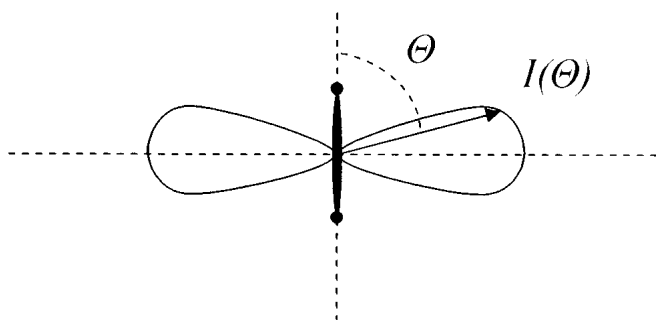


Рис.5 и от свойств

среды, в которой распространяются волны.

В случае однородной и изотропной среды вдали от источников зависимость E и H от времени определяется волновыми уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 E &= \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \\ \nabla^2 H &= \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (6).$$

$\nabla^2 = \Delta$ - оператор Лапласа.

ε - диэлектрическая проницаемость среды.

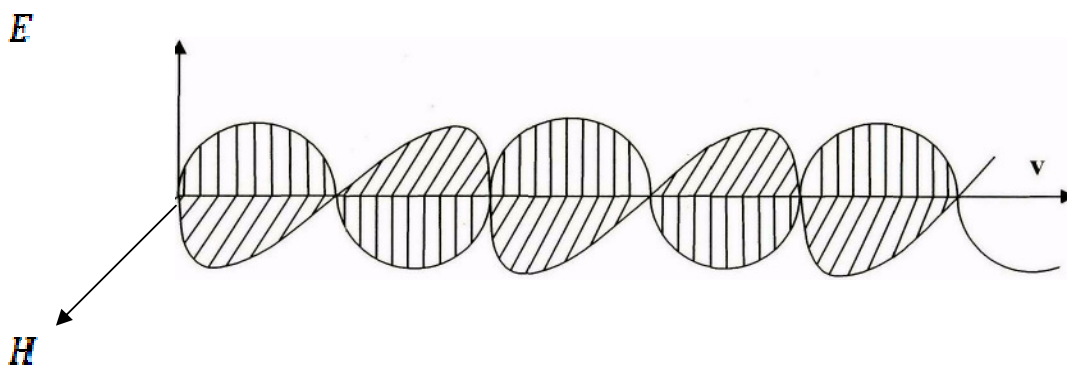
μ - магнитная проницаемость среды.

Решением этих уравнений для случая плоских монохроматических электромагнитных волн являются функции:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cos(\omega t - k \cdot r + \varphi) \\ H &= H_0 \cos(\omega t - k \cdot r + \varphi) \end{aligned} \quad (7).$$

E_0 и H_0 - амплитуда напряжённости электрического и магнитного полей.

Векторы $E, H, k(v)$ взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую систему. Электромагнитное излучение – электромагнитные волны, испущенные каким-либо источником, свободно распространяющиеся в пространстве и ничем уже не связанные с источником, образовавшим эти волны.



Исключим из системы уравнений (5) поле H . Умножим первое уравнение на $\mu\mu_0$ и продифференцируем по времени:

$$\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\mu \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t} \quad (8)$$

Второе уравнение системы (5) продифференцируем по x :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\mu \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial t} \quad (9)$$

Сравним (8) и (9). Имеем:

$$\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

Или

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad (10)$$

(10) есть волновое уравнение

Коэффициент при $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$ есть v^2 .

$$v^2 = \frac{1}{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}; \quad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$$

Учитывая, что $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}} = c$ имеем $v = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$

Сравним с $v = \frac{c}{n}$. Следовательно:

$$n = \sqrt{\mu \varepsilon} \quad (11)$$

Вообще для электромагнитной волны можно показать, что:

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 E} = \sqrt{\mu \mu_0 H} \quad (12)$$

Энергия электромагнитных волн.

Электромагнитная волна представляет собой электромагнитное возмущение, распространяющееся в вакууме со скоростью c , а в среде со скоростью

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{n}.$$

С этим электромагнитным возмущением связана энергия, плотность которой (т.е. энергия, заключенная в единицу объема) выражается для электрического поля через εE^2 , а для магнитного поля - μH^2 . В случае монохромической волны энергия волны пропорциональна квадрату её амплитуды.

Движение энергии в электромагнитной волне удобно изображать при помощи вектора S который показывает, какое количество энергии переносится волной за 1с через площадь 1 м^2 . Этот вектор есть вектор Умова-Пойнтинга. Найдем этот вектор для случая распространения плоской волны вдоль оси x . Систему уравнений (5) перепишем в виде:

$$\mu_0 \mu \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial E}{\partial x} \quad (13)$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x} \quad (14)$$

Умножим (13) на H и (14) на E

$$\frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{\partial H^2}{\partial t} = -\frac{\partial(EH)}{\partial x}$$

$$\frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial E^2}{\partial t} = -\frac{\partial(EH)}{\partial x}$$

Сложим почленно:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{2} (\mu \mu_0 H^2 + \varepsilon_0 \varepsilon E^2) = -\frac{\partial(EH)}{\partial x}$$

Обозначим

$$U = \frac{1}{2} (\mu \mu_0 H^2 + \varepsilon_0 \varepsilon E^2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial(EH)}{\partial x} \quad (15)$$

Учитывая, что $\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 E} = \sqrt{\mu \mu_0 H}$ имеем:

$$U = \mu \mu_0 H^2 = \varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \sqrt{\mu \varepsilon} \cdot \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \cdot EH,$$

т.к. $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$, то (15) $U = \frac{1}{v} EH$ – объёмная плотность энергии

Посчитаем энергию, переносимую электромагнитной волной через площадку dS за время dt . Построим на этой площадке параллелепипед, длина которого равна $v \cdot dt$. Объём параллелепипеда $dV = dS \cdot v \cdot dt$

Если за время dt волна проходит путь $v \cdot dt$, то за dt пройдет энергия dW через площадку dS , заключенная внутри параллелепипеда.

$$dW = \mathbf{u} \cdot d\mathbf{v} = \frac{1}{v} \mathbf{E} \cdot \mathbf{H} \cdot v \cdot dS \cdot dt = \mathbf{EH} \cdot dS \cdot dt$$

Энергия, проходящая в единицу времени через единицу площади:

$$\text{Вектор Умова-Пойнтинга } \vec{S} = [\vec{E} \cdot \vec{H}]$$

$dW = \mathbf{EH}$ — численное выражение вектора Умова-Пойнтинга

Вектор Умова-Пойнтинга характеризует перенос энергии и может быть выражен равенством: (17), где W - энергия, переносимая электромагнитной волной за время t через поверхность площадью S , перпендикулярной направлению распространению энергии.

Размерность и единица вектора Умова-Пойнтинга:

$$\dim S = M \cdot T^3 \quad [S] = 1 \frac{B_T}{M^2}$$

Интенсивность I — численно равна энергии, которую переносит волна за единицу времени через единицу площади поверхности, расположенной перпендикулярной направлению распространению волны — это модуль среднего значения вектора Умова-Пойнтинга: $I = \langle S \rangle = \langle w \rangle v$, где $\langle w \rangle$ - среднее значение объёмной плотности энергии для плоской монохроматической линейно поляризованной волны

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E^2$$

Давление, импульс, масса электромагнитных волн.

Поглощаясь в какой-либо среде электромагнитная волна сообщает этой среде некоторый импульс, т.е. оказывает на эту среду давление. Давление электромагнитных волн объясняется тем, что под влиянием электрического поля волны заряженные

частицы среды приходят в упорядоченное движение под влиянием магнитного поля волны подвергаются действию сил Лоренца.

$$P = \frac{1}{v}(1 + R)\cos^2\alpha = \langle \omega \rangle (1 + R)\cos^2\alpha$$

R- Коэффициент отражения электромагнитной волны

α - угол падения электромагнитных волн

Электромагнитная волна, несущая энергию W обладает импульсом:

$$k = \frac{1}{c}W$$

Плотность импульса S (импульс единицы объёма) электромагнитной волны:

$$k_{\text{ед.об.}} = \frac{1}{c}\omega, \quad \omega = \frac{S}{c}$$

Учитывая, что получаем: $k_{\text{ед.об.}} = \frac{1}{c^2}S = \frac{1}{c^2}[E \cdot H]$

Масса электромагнитных волн с энергией W : $m = \frac{W}{c^2}$

Оптика.

Оптическое излучение – электромагнитное излучение, характеризующееся длинами волн, расположенными в диапазоне $5 \cdot 10^{-9} - 10^{-3}$ м. В состав оптического излучения входят видимое излучение (свет), ультрафиолетовое излучение и инфракрасное излучение.

Видимое излучение (свет) - излучение, которое может непосредственно вызвать зрительное ощущение. Видимое излучение характеризуется длинами волн, расположенными в диапазоне $(4 - 7,6) \cdot 10^{-7}$ м. Границы спектральной области видимого излучения условны. Нижняя граница считается обычно лежащей между 380-400 нм, верхняя – 760-780 нм. (1нм=).

Инфракрасное излучение (ик) - оптическое излучение, характеризующееся длинами волн, расположенными в диапазоне между $7,6 \cdot 10^{-7} - 10^{-3}$ м.

В спектральной области между 760 нм и 1мм различают

ик – А от 760 до 1400нм

ик – В от 1,4 мкм до 3 мкм

ик – С от 3мкм до 1мм

Ультрафиолетовое излучение - оптическое излучение, характеризующееся длинами волн, расположенными в диапазоне $5 \cdot 10^{-9} - 4 \cdot 10^{-7}$ м.

Монохромическое излучение — излучение, характеризующееся одним значением частоты. В более широком смысле - излучение очень узкой области частот или длин волн, которое может быть охарактеризовано одним значением частоты или длины волны.

Сложное излучение - излучение, состоящее из совокупности монохромических излучений разных частот.

Непрерывное оптическое излучение – оптическое излучение, существующее в любой момент времени.

Импульсное оптическое излучение – оптическое излучение, существующее в интервале времени τ , меньшем, чем время наблюдения.

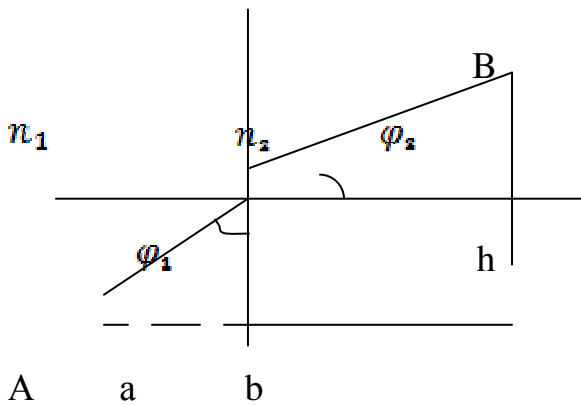
Основные законы геометрической оптики.

В основу формального построения геометрической оптики можно положить 4 закона, установленных опытным путём.

1. Закон прямолинейного распространения света.

Свет в прозрачной однородной среде распространяется по прямым линиям.

Принцип Ферма – свет при распространении из одной точки в другую выбирает путь, которому соответствует наименьшее время распространения. Или: свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна.



$$S_0 = \int n(S) dS = \min$$

$$\begin{cases} S_0 = \frac{a}{\cos \varphi_1} \cdot n_1 + \frac{b}{\cos \varphi_2} \cdot n_2 \\ h = a \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 + b \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 \end{cases}$$

$$dS_0 = \frac{ad\varphi_1}{\cos^2 \varphi_1} n_1 \sin \varphi_1 + \frac{bd\varphi_2}{\cos^2 \varphi_2} n_2 \sin \varphi_2 = 0$$

$$dh = \frac{ad\varphi_1}{\cos^2 \varphi_1} + \frac{bd\varphi_2}{\cos^2 \varphi_2} = 0$$

Следовательно:

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2$$

2. Закон независимости световых пучков

Распространение всякого светового пучка совершенно не зависит от того, есть ли в ней другие пучки света или нет. Освещённость экрана, создаваемая несколькими пучками, равна сумме освещённостей, создаваемых каждым пучком в отдельности.

Световой луч (в физическом смысле этого слова) – конечный, но достаточно узкий световой пучок, который ещё может существовать изолированно от других пучков.

3. Закон отражения света. Падающий и отражённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения (эта плоскость называется плоскостью падения), причём угол падения равен углу отражения.

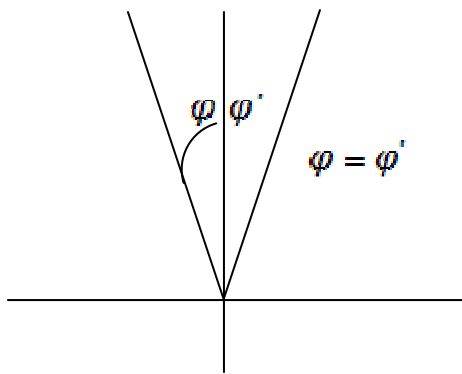


Рис.8

3. Закон преломления света.

Падающий и преломленный луч лежит в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения, причём отношение синуса угла падения к синусу угла преломления для рассматриваемых сред зависит только от длины световой волны и не зависит от угла падения.

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

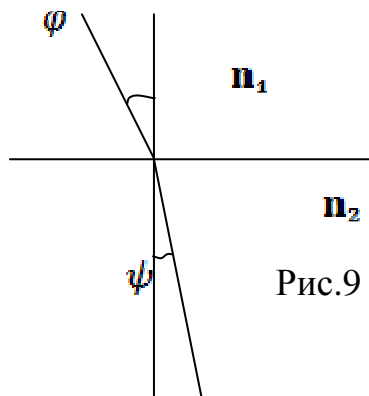


Рис.9

n_{21} – относительный показатель преломления или коэффициент преломления второй среды относительно первой. Показатель преломления относительно вакуума называют абсолютным показателем (коэффициентом) преломления этой среды.

Рассмотрим случай прохождения света из вещества с большим показателем преломления n_2 (оптически более плотного) в вещество с меньшим показателем преломления n_1 (оптически менее плотное), т.е. $n_2 > n_1$.

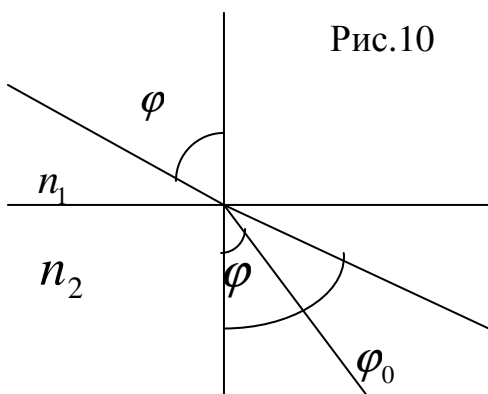


Рис.10

В этом случае существует такой угол падения φ_0 , при котором угол преломления будет равен $\frac{\pi}{2}$, т.е. преломленный луч становится скользющим по поверхности раздела двух сред.

При углах падения, больших φ_0 преломленного

луча не существует: ведь падающий свет целиком отражается. Это явление носит название полного внутреннего отражения, а угол φ_0 называется предельным углом полного внутреннего отражения.

$$\sin \varphi_0 = \frac{1}{n_{21}} = n_{12}$$

Для случая нормального падения на границу раздела двух прозрачных сред коэффициенты соответственно равны:

а). Коэффициент отражения

$$\rho = \left(\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \right)^2$$

б). Коэффициент пропускания

$$\tau = n_{21} \left(\frac{2}{n_{21} + 1} \right)^2, \text{ где}$$

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \text{ и } \rho + \tau = 1$$

Изменение длины волны света.

$$\omega_1 = \omega_2 \quad V_{\phi_1} = \frac{\omega_1}{k_1} \quad V_{\phi_2} = \frac{\omega_2}{k_2}$$

$$\frac{V_{\phi_1}}{V_{\phi_2}} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_1 \cdot k_2}{\omega_2 \cdot k_1}$$

Следовательно: $\frac{k_2}{k_1} = \frac{n_2}{n_1}$ учитывая, что $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ имеем $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$

Определим некоторые понятия.

Отражение - возвращение электромагнитного излучения объекта без изменения частот составляющих его монохроматических излучений.

Пропускание - прохождение излучения сквозь среду без изменения частот составляющих его монохроматических излучений.

Поглощение - превращение энергии излучения в другую форму энергии в результате взаимодействия с веществом.

Рассеяние - изменения пространственного распределения пучка лучей, отклоняемых во множестве направлений от поверхностью или средой без изменения частот составляющих его монохроматических излучений.

Преломление - изменения направления распространения излучения вследствие изменения скорости его распространения в оптически неоднородной среде или при переходе из одной среды в другую.

Дисперсия - явление изменения скорости распространения излучения в зависимости от его частоты, в результате которого можно получить разложение сложного излучения на составляющие его монохроматического излучения.

Точечный источник - источник излучения, размеры которого настолько малы по сравнению с расстоянием до приёмника, что ими можно пренебречь в вычислениях.

Поглощение, рассеяние и дисперсия света.

Переменное электромагнитное поле световой волны, распространяясь в диэлектрической среде, вызывает вынужденные колебания связанных зарядов (электронов и ионов). Видимое и ультрафиолетовое излучение вызывает колебания внешних электронов атомов (оптические электроны). Инфракрасное излучение вызывает колебания более массивных ионов. Вынужденные

колебания электронов и ионов вызывает периодические изменения дипольного момента, что приводит к излучению вторичных световых волн той же частоты. Вторичные волны когерентны и интерферируют между собой, в результате чего могут быть следующие ситуации:

1. Если среда однородна и изотропна, то в результате интерференции образуется проходящая волна, фазовая - скорость которой зависит от частоты, а направление распространения совпадает с направлением распространения первичной волны.
2. В оптически неоднородной среде в результате - наложения первичной и вторичной волн возникает рассеяние света.
3. При падении света на границу двух различных сред в результате интерференции возникает проходящая и отраженная волна.

Поглощение света - явление уменьшения энергии световой волны при её распространении в веществе, происходящее вследствие преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества или в энергию вторичного излучения.

Поглощение света описывается законом Бугера-Ламберта, согласно которому интенсивность J плоской волны монохроматического света уменьшается по мере прохождения по экспоненциальному закону $J = J_0 e^{-\alpha x}$, где J_0 и J - значение интенсивности света на входе и выходе из слоя среды толщиной x , α - натуральный показатель поглощения среды, который зависит от химической природы и состояния поглощающей среды и от длины волны света λ .

Для разбавленного раствора поглощающего вещества в непоглощающем растворителе выполняется закон Бера.

$\alpha = b \cdot c$, где: c - концентрация раствора, b - коэффициент пропорциональности, не зависящий от концентрации. Уравнение плоской линейно поляризованной монохроматической волны, распространяющейся в поглощающей среде:

$$E = E_0 \exp\left(-\frac{\alpha x}{2}\right) \cos(\omega t - kx)$$

В комплексной форме $\vec{E} = E_0 e^{-\frac{\alpha x}{2}} e^{i(\omega t - kx)}, E_0 \exp\left[i\left(\omega t - \frac{\tilde{n}\omega x}{c}\right)\right]$

где $\tilde{n} = n - ix$ - комплексный показатель поглощения среды

$$q = \frac{2c}{2\omega} = \frac{2\lambda_0}{4\pi} - \text{главный показатель поглощения среды}$$

Зависимость является спектром поглощения среды.

Спектры поглощения бывают:

- 1) Линейчатые – наблюдаются у разряженных одноатомных газов.
- 2) Полосчатые (полосы поглощения) – наблюдаются у многоатомных молекул газов.
- 3) Сплошные – наблюдаются в твёрдых и жидких диэлектриках.

Обычно $\alpha > 0$ и следовательно наблюдается поглощение света.

При отдельных условиях бывает $\alpha < 0$ - это среды с отрицательным коэффициентом поглощения (индуцированное излучение лазеров).

У металлов в конденсированном состоянии коэффициент поглощения сильно зависит от ω : в ИК- диапазоне велико отражение; в видимом и УФ- диапазоне наблюдается прозрачность тонких плёнок.

Рассеяние света - явление преобразования света при распространении в среде, сопровождающееся изменением направления распространения света и проявляющееся как несобственное свечение среды.

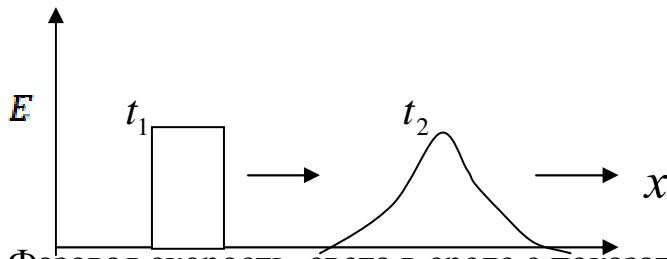
Молекулярное или релеевское рассеяние - рассеяние света в неоднородной среде, показатель преломления которой нерегулярно меняется строчки к точке вследствие флуктуации плотности среды.

Рассеяние света в мутной среде - рассеяние света за счет присутствия в среде неоднородных малых частиц.

Дисперсия - зависимость фазовой скорости света в среде от его частоты ω , Такая среда называется диспергирующей.

Волновой пакет - группа синусоидальных волн - описывает немонахроматическую волну. В недиспергирующей среде, где V_{ϕ} не зависит от частоты, волновой пакет распространяет форму при распространении. В диспергирующей среде волновой пакет расплывается, т.к.

различные составляющие света распространяются с различными скоростями, т.е. фазовая скорость зависит от частоты



Фазовая скорость света в среде с показателем преломления n : $V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{c}{n}$

Зависимость показателя преломления от частоты $n = n(\omega)$ - является дисперсией показателя преломления.

В дисперсирующей среде фазовая скорость $V_{\phi} = \frac{c}{n(\omega)}$

Рассмотрим квазисинусоидальную волну

$$E(x, t) = E_0 \sin[(\omega_1 t] - k_1 x) + E_0 \sin[(\omega_2 t] - k_2 x) = 2E_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t - \frac{k_2 - k_1}{2} x\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t - \frac{k_2 + k_1}{2} x\right)$$

Пусть $\Delta k = (k_2 - k_1) \ll k_1, k_2$

$$\Delta \omega = (\omega_2 - \omega_1) \ll \omega_1, \omega_2$$

Тогда $E(x, t) = 2E_0 \cos\left(\frac{\Delta \omega t - \Delta k x}{2}\right) \cdot \sin(\omega t - kx)$

Здесь $E(x, t) = 2E_0 \cos\left(\frac{\Delta \omega t - \Delta k x}{2}\right)$ - медленно меняющаяся амплитуда

Скорость распространения:

$$\Delta \omega t - \Delta k x = const$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk} - \text{групповая скорость}$$

$$V_{\phi} = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{\omega}{k} \text{ следовательно:}$$

$$\omega \cdot n(\omega) = c \cdot k$$

Продифференцируем:

$$n(\omega) \cdot d\omega + \frac{dn(\omega)}{d\omega} c dk$$

$$V_{cp} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}}$$

$$\frac{dn(\omega)}{d\omega} > 0.$$

Отсюда: Если $\frac{dn(\omega)}{d\omega} > 0$ то имеем нормальную дисперсию. Нормальная дисперсия наблюдается в средах прозрачных для света. В таких средах $V_{gp} = V_{ph}$.
Если $\frac{dn(\omega)}{d\omega} < 0$, то имеем аномальную дисперсию. Аномальная дисперсия наблюдается в области частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света в данной среде. В $V_{gp} = V_{ph}$ таких случаях.

Волновая (электромагнитная) и корпускулярная (фотонная) теории света.

Основной вопрос в изучении множества световых явлений вопрос о природе света. Всякие отрывочные высказывания о природе света начиная с Пифагора (500 до н.э.) были систематизированы и развиты Ньютоном и Гюйгенсом. Для объяснения световых явлений физику пользуются двумя теориями света - корпускулярной и волновой. Основоположителем корпускулярной теории является Ньютон, волновой теории – Гюйгенс.

Согласно корпускулярной теории, свет состоит из мельчайших частиц, -спиральных корпускул, испускаемых светящимися телами. Позднее эти частицы были названы фотонами. Фотоны, как элементарные частицы, обладают массой, энергией, импульсом. Корпускулярная теория объясняет взаимодействие света с веществом (давление света, поглощение и рассеяние света электронами, излучение и поглощение света атомами, и эффект Комптона и т.д.).

Согласно волновой теории, свет есть электромагнитные волны. Волновая теория объясняет законы распространения света (отражение, преломление, интерференцию, дифракцию, поляризацию и т.д.).

Так как одни оптические явления объясняют только волновую теорию света, другие только корпускулярную, то ограничиться только одной природой

физической теории света для описания всего многообразия явлений излучения, распространения и поглощения не удастся.

Таким образом, в световых явлениях наблюдается своеобразный дуализм волновых и корпускулярных свойств (корпускулярно-волновой дуализм).

Интерференция света.

Волновые свойства света отчетливо обнаруживают себя в явлениях интерференции и дифракции света. Эти явления характерны для волн любой природы и сравнительно просто наблюдаются на поверхности воды или для звуковых волн. Наблюдать интерференцию и дифракцию световых волн можно только при строго определенных условиях.

Исключение составляют только световые волны, распространяющиеся только в одном направлении которые, никогда не интерферируют между собой, если они линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях (обнаружено на опыте Френелем и Араго).

Под интерференцией света понимают широкий круг явлений в которых при наложении пучков света результирующая интенсивность не равна сумме интенсивностей отдельных пучков (как того требует закон независимости световых пучков): в одних местах она больше в других меньше т.е. возникают чередующиеся светлые и темные полосы интерференционная картина.

Интерференция - явление усиления или ослабления амплитуды результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами складывающихся в пространстве двух (или нескольких) волн.

Интерференционная картина – пространственное распределение интенсивности излучения получающееся в результате интерференции в месте её

наблюдения. Рассмотрим условия возникновения интерференции. Пусть в некоторой точке пространства существует две произвольные электромагнитные волны \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 . при их наложении согласно принципу суперпозиции напряжённость результирующего поля равна сумме напряжённостей:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (1)$$

Возьмём в квадрат уравнение (1) и учитывая очень большую инерционность абсолютно всех приёмников света, произведём усреднение полученного результата по времени наблюдения:

$$\langle E^2 \rangle = \langle (E_1 + E_2)^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2 \langle E_1^2 E_2^2 \rangle \quad (2)$$

Учитывая, что $\langle E^2 \rangle = I$ – интенсивность света, получаем: $I = I_1 + I_2 + I_3$

где $I_{12} = 2 \langle E_1^2 E_2^2 \rangle$ – интерференционный член

Анализируя (2) можно выделить 2 случая:

Случай 1: $\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle$, т.е. $I = I_1 + I_2$, при этом $I_{12} = 2 \langle E_1^2 E_2^2 \rangle = 0$

Случай 2: $\langle E^2 \rangle \neq \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle$, т.е. $I \neq I_1 + I_2$, при этом $I_{12} = 2 \langle E_1^2 E_2^2 \rangle \neq 0$

Именно неравенство нулю интерференционного члена и служит необходимым условием возникновения интерференции. Выясним, при каких условиях это становится возможным. Для произвольной электромагнитной волны и амплитуда, и фаза может зависеть от времени. Предполагаем, что частота остаётся постоянной, а возможность её изменения учитывается изменением во времени фазы $\omega(t)$.

Пусть $E_1(t) = E_{01}(t) \cos[\omega t - \varphi_1(t)]$

$$E_2(t) = E_{02}(t) \cos[\omega t - \varphi_2(t)]$$

Результирующая волна:

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) = E_0(t) \cos[\omega t - \varphi_0(t)],$$

где $E_0(t) = \sqrt{E_{01}^2(t) + E_{02}^2(t) + 2E_{01}(t)E_{02}(t) \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)]}$

$$\text{tg } \varphi_0(t) = \frac{E_{01}(t) \sin \varphi_1(t) + E_{02}(t) \sin \varphi_2(t)}{E_{01}(t) \cos \varphi_1(t) + E_{02}(t) \cos \varphi_2(t)}$$

Или выражая через интенсивности:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Проведём усреднение по времени наблюдения, причём амплитуды E_1 и E_2 при усреднении за время наблюдения будут неизменны.

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{t'} \int_0^{t'} E^2 dt = \langle E_{01}^2 \rangle + \langle E_{02}^2 \rangle + 2E_{01}E_{02} \frac{1}{t'} \int_0^{t'} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) dt$$

Если разность фаз за время усреднения изменяется, принимая и положительные и отрицательные значения, то $\int_0^{t'} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) dt = 0$ и интерференционный член отсутствует. Следовательно, необходимое условие интерференции: Для возникновения интерференции необходимо, чтобы разность фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$) оставалась неизменной за время наблюдения.

Суммируем: Для наблюдения интерференции необходимо иметь когерентные волны - чтобы они были монохроматические и с постоянной разностью фаз.

При описании интерференции используются понятия временной и пространственной когерентности.

Временную когерентность связывают со степенью монохроматичности исследуемых колебаний, а степенью пространственной когерентности характеризуют геометрию экспериментов (связана с возможностью наблюдения интерференции от протяженных источников света).

Волновой цуг - прерывистое излучение света атомами отдельных коротких гармонических импульсов ($\tau \sim 10^{-8} c$ - время излучения). Реальное немонахроматическое излучение можно представить в виде сменяющих друг друга независимыми волновыми цугами.

$$E = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{где } \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$$

Время когерентности - средняя продолжительность одного цуга - время, за которое случайное изменение фазы волны достигает π .

$$\tau_{\text{ког}} = \frac{\pi}{\Delta\omega}, \text{ где: } \Delta\omega - \text{ширина спектра циклических частот.}$$

В течение времени $\Delta t \ll \tau_{\text{ког}}$ некогерентную волну можно считать монохроматической с циклической частотой ω_0 .

Длина когерентности (длина цуга) - расстояние $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}} = \frac{c\pi}{\Delta\omega}$, на которое волна перемещается за время $\tau_{\text{ког}}$.

Наблюдение интерференции возможно лишь тогда, когда время разрешения прибора меньше времени когерентности накладываемых волн и при оптических разностях хода волны меньших длины когерентности этих волн.

Пространственная когерентность.

Разбросу частот $\Delta\omega$ согласно формуле $k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega n}{c}$ соответствует разброс значений волнового числа k . Временная когерентность связана с разбросом значений модуля вектора k . Пространственная когерентность связана с разбросом направлений вектора k , который характеризуется величиной Δl_k . Радиус когерентности - угловой размер источника света.

Объем части пространства, в которой волна сохраняет когерентность, называется объемом когерентности. Объем когерентности равен произведению длины временной когерентности на площадь круга радиуса.

При сложении двух гармонических колебаний одного периода

$$x_1 = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

получается гармоническое колебание того же периода

$$x = a \cos(\omega t + \varphi)$$

где $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

т.к. $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \cos \Delta\varphi$ изменяется от -1 до 1, амплитуда результирующего

колебания будет изменяться от $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2} = |a_1 + a_2|$

до $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2} = |a_1 - a_2|$

Проанализируем:

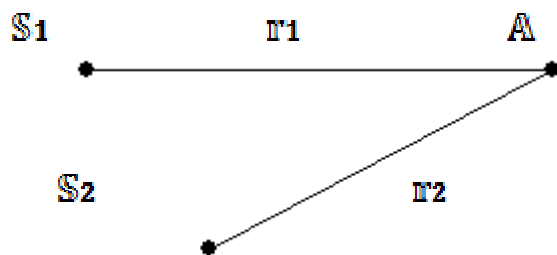
Если $\cos \Delta\varphi = 1$, следовательно $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$

Если $\cos \Delta\varphi = -1$, следовательно $\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi$

Имеем: при $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ $a = |a_1 + a_2|$, при $\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi$, $k = 0; 1; 2 \dots$

Рассмотрим условия получения интерференционных картин.

Рассмотрим два точечных источника S_1 и S_2 .



Фаза колебаний, её можно выразить следующим образом:

$$\varphi_0 = \omega t = \omega \frac{x}{v} = \frac{2\pi x}{T v} = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$\varphi_2 = \varphi_2 t + \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 = \varphi_1 t + \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1$$

Пусть источники S_1 и S_2 когерентны. Следовательно

$$\varphi_1 = \varphi_2 \quad \lambda_1 = \lambda_2$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad - \text{связь разности фаз с разностью хода.}$$

- геометрическая разность хода волн.

$\Delta\varphi$ - не зависит от времени

Условие max(светлая полоса) при интерференции:

$\Delta\varphi = 2\pi k$, разность фаз интерферирующих волн должна быть равна чётному числу π , где $k = 0, 1, 2, \dots$

Это возможно, если $\Delta = 2 k \frac{\lambda}{2}$ - на оптической разности хода укладывается целое число длин волн (чётное число длин полуволн) в вакууме.

Условие \min (тёмная полоса) при интерференции: $\Delta\varphi = (2k + 1)\pi$ - разность фаз интерферирующих волн должна быть равна нечётному числу π $k = 0, 1, 2 \dots$

Это возможно, если $\Delta = (2k + 1) 2\pi/\lambda$ - на оптической разности хода укладывается полученное число длин волн (нечётное число длин полуволн) в вакууме. Если лучи от источников S_1 и S_2 проходят через среды с различными показателями преломления, то величина Δ равна $n_2 r_2 - n_1 r_1$ - оптическая разность хода или $\Delta_{opt} = \int n_2 dl - \int n_1 dl$ - оптическая разность хода волн. Или $r_2 - r_1$ - геометрическая разность хода.

Способы получения интерференционных картин.

Естественный свет не бывает строго монохроматичным, поэтому для наблюдения интерференционной картины свет от одного источника необходимо разделить на два или более лучей и наложить друг на друга.

Существующие экспериментальные методы получения когерентных пучков из одного светового пучка можно разделить на два класса.

1. Метод деления волнового фронта.

Пригоден только для точечных источников. На волновом фронте от точечного источника света вырезаются два участка (точечных), лучи от которых накладываются друг на друга.

2. Метод деления амплитуды.

В этом методе световой пучок делится на одной или нескольких частично отражающих, частично пропускающих поверхностях. Такой метод может применяться и для протяженных источников. Он обеспечивает большую

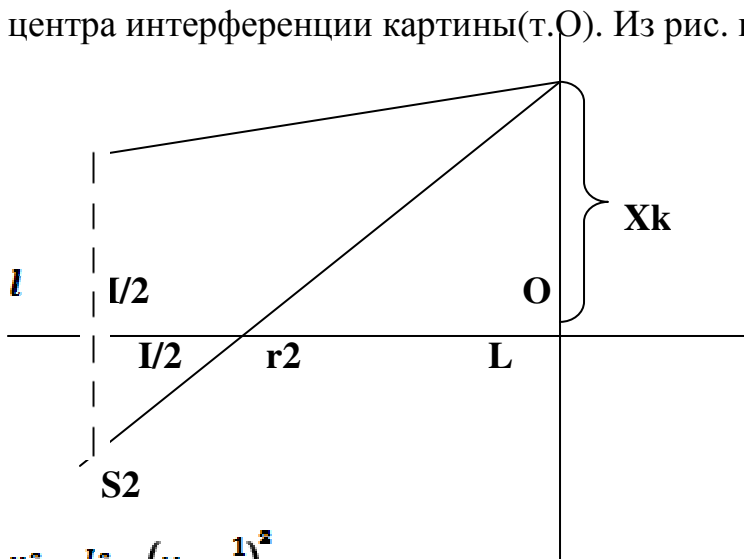
интенсивность интерференционных полос и лежит в основе действия разнообразных интерферометров.

Способы получения интерференционных картин:

1. Щели Юнга
2. Бипризма Френеля
3. Бизеркало Френеля
4. Билинза Бийе
5. Зеркало Ллойда
6. Интерференционный опыт Поля
7. Опыт Меслина

Расчёт интерференционной картины от двух когерентных источников

Пусть расстояние между источниками l , расстояние от источников до экрана L .
 Найдём расстояние x_k , т.е. положение k -го максимума на экране относительно центра интерференции картины (т.О). Из рис. имеем:



$$r_1^2 = L^2 + \left(x_k - \frac{l}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 = L^2 + \left(x_k + \frac{l}{2}\right)^2$$

$$r_2^2 - r_1^2 = L^2 + x_k^2 + x_k l - L^2 - x_k^2 + x_k l - \frac{l^2}{4} = 2x_k l$$

$$(r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2x_k l$$

$$\Delta_{\text{geom}} (\sim 2L) = 2x_k l$$

$$\Delta_{\text{geom}} = \frac{x_k l}{L}$$

Условие макс при интерференции:

$$\Delta_{\text{geom}} = \frac{x_k l}{L} = 2k \frac{\lambda}{2}$$

$$x_k = \frac{k \lambda L}{l}$$

Проанализируем полученную формулу:

1). Пусть $\lambda, L, l - \text{const}$. $x_k \sim k$ – расстояние до к-го максимума k (номеру максимума)

2). Пусть $k, l, L - \text{const}$. $x_k \sim \lambda$ – расстояние до к-го максимума определяется длиной волны. Т.к. $\lambda_{\text{н}} > \lambda_{\text{ф}}$ то при интерференции в белом свете в пределах каждого максимума мы увидим цветные интерференционные полосы, фиолетовая часть которых будет расположена ближе к осевой линии.

3). Пусть $\lambda, L, k - \text{const}$. $x_k \sim \frac{1}{l}$

При уменьшении расстояния между источниками интерференционные линии будут шире, а интерференционная картина наиболее четкой.

4). Пусть $\lambda, l, k - \text{const}$. $x_k \sim L$ – расстояние до к-го максимума пропорционально расстоянию от источника до экрана.

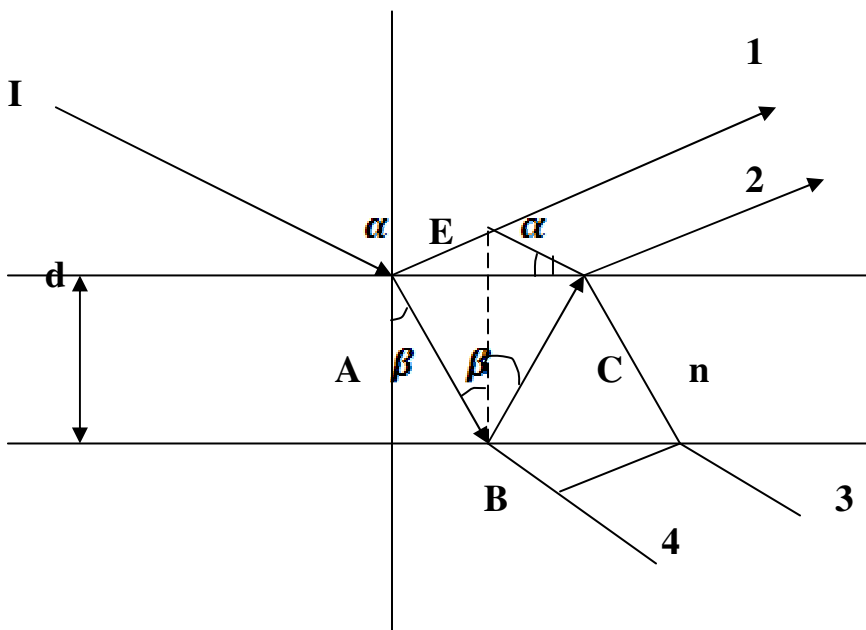
**Интерференция света в тонких пленках. Полосы равной толщины и
полосы равного наклона.**

При освещении тонкой пленки происходит наложение волн от одного и того же источника, отразившихся от передней и задней поверхности пленки. При этом возможно возникновение интерференционной картины. Если свет белый, то интерференционные полосы будут окрашены и, следовательно, такое явление получило название цветов тонких пленок. Эта интерференционная картина получается по методу деления амплитуды. Рассмотрим два случая.

1) Интерференция параллельных пучков, возникающая при отражении от поверхностей плоско - параллельной пластины (интерференционные полосы равного наклона).

2) Интерференция пучков, возникающая при отражении от поверхностей пластины, толщина которой меняется от места к месту (интерференционные полосы равной толщины).

Рассмотрим отражение параллельных пучков от поверхностей плоско - параллельной пластины. Пусть на плоско - параллельную пластинку толщиной d падает параллельный пучок света под углом α , n — показатель преломления плёнки.



Выделим в этом пучке один луч (I). Найдём разность хода Δ между лучами 1 и 2, отражённых от верхней и нижней поверхностей плёнки.

$$\Delta = (AB + BC)n - \left(AE + \frac{\lambda}{2} \right)$$

Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении луча от границы воздух-пластинка. (от пластинки т.А).

$$\text{Из рис.имеем: } AB=BC=\frac{d}{\cos \beta} \quad 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2}$$

$$AE = AC \sin \alpha = 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha = 2d \frac{\sin \beta}{\cos \beta} n \sin \beta = \frac{2dn \sin^2 \beta}{\cos \beta}$$

Тогда разность хода:

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos \beta} - \frac{2dn \sin^2 \beta}{\cos \beta} - \frac{\lambda}{2} = \frac{2dn(1 - \sin^2 \beta)}{\cos \beta} - \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos \beta - \frac{\lambda}{2}$$

Если $\Delta = 2k \frac{\lambda}{2}$ в точке наблюдения будет максимум.

$$2dn \cos \beta - \frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2}$$

или $2dn \cos \beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ - условие максимума интенсивности света при наблюдении интерференции в отражённом свете на тонкой плоско-параллельной пластине.

Если $\Delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$, то в точке наблюдения имеем минимум интенсивности света.

Отсюда имеем: $2dn \cos \beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k + 2) \frac{\lambda}{2}$ - условие минимума

при наблюдении интерференции в отражённом свете на тонкой плоскопараллельной пластине. При наблюдении интерференции в проходящем свете (интерференционная картина получается при наложении лучей 3 и 4)

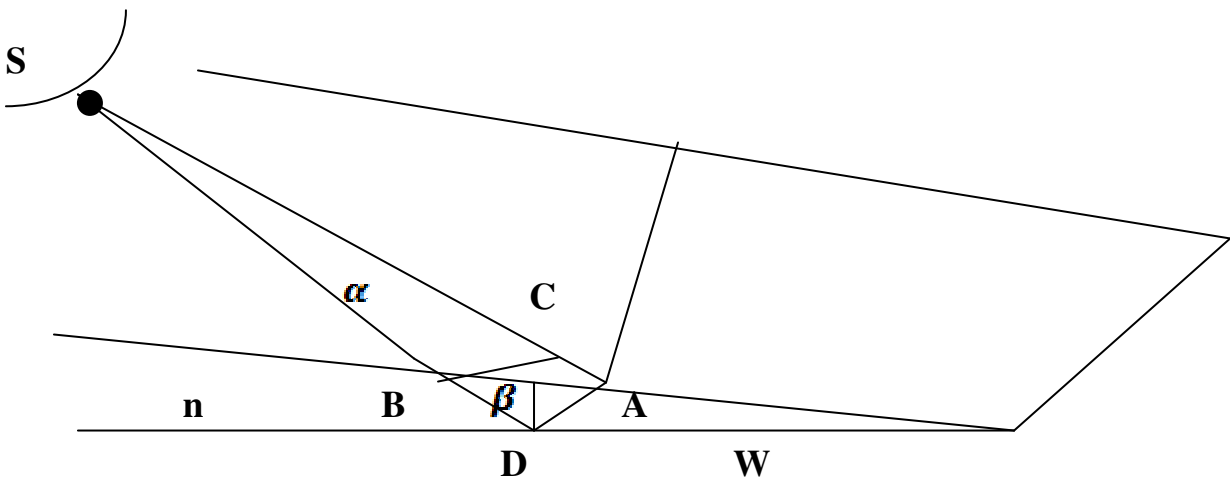
условие максимума: $2dn \cos \beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = 2k \frac{\lambda}{2}$

Условие минимума: $2dn \cos \beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$

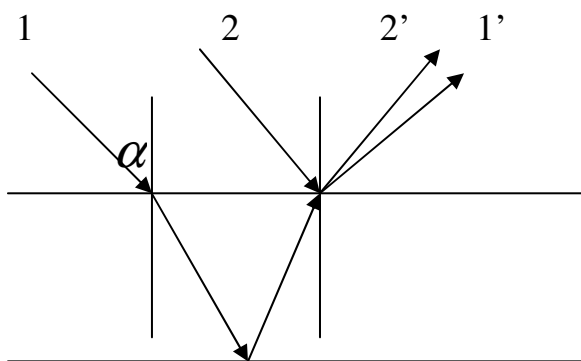
Получающиеся интерференционные полосы называются полосами равного наклона.

Интерференционные полосы равного наклона локализованы в бесконечности.
 Для их наблюдения необходимо воспользоваться линзами.

Полосы равной толщины. Кольца Ньютона.



Пусть на поверхности тонкого прозрачного клина, изготовленного из вещества с показателем преломления n , падают почти нормально световые пучки 1 и 2 от протяжённого источника света.



Лучи (отражённые) не параллельны между собой, так как грани клина не параллельны друг другу. Так как отражённые лучи имеют различные направления и поэтому пересекаются только в точках верхней поверхности клинка, полосы равной толщины локализованы на поверхности клинка.

Рассмотрим разность хода двух лучей от одной точки протяжённого источника.

$$\Delta = (BD + DA)n - \left(AC - \frac{1}{2}\lambda\right)$$

$$n(BD + DA) = 2d \frac{n}{\cos \beta}$$

$d = DE$ – толщина клина

$$AC = 2dtg\beta \sin \alpha = 2dntg\beta \sin \beta$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

Следовательно $\Delta = 2dn \cos \beta + \frac{\lambda}{2}$

Во всех точках клина, для которых толщина одна и та же, будет наблюдаться интерференционная картина. Эта картина будет расположена на поверхности клина, т.е. интерференционные полосы равной толщины локализованы на поверхности клиновидной плёнки. При наблюдении в белом свете полосы будут разноцветными. Пусть некоторая тонкая плёнка на одном участке имеет постоянную толщину d_1 , на другом участке постоянную толщину d_2 .

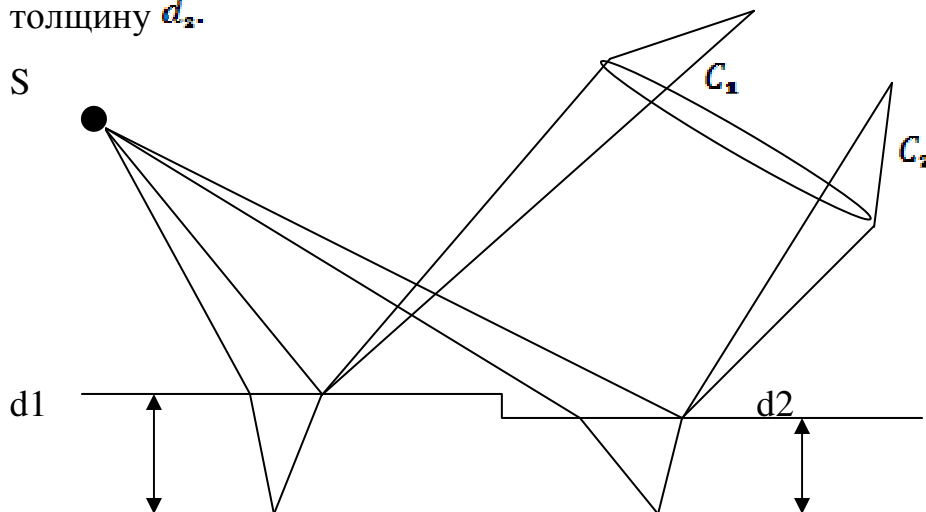


Рис.17. Возникновение цветов тонких плёнок.

При постоянном угле падения на первом участке плёнка будет давать разность хода Δ_1 , на втором – Δ_2 . при освещении плёнки белым светом обе части плёнки дадут максимум для лучей разных длин волн и будут казаться по-разному окрашенными. Такая окрашенность вызванная интерференцией отражённых лучей, носит название цветов тонких плёнок. С изменением угла падения света меняется разность хода и, следовательно, меняется цвет плёнки. Цвета тонких плёнок легко наблюдаются при рассмотрении мыльных плёнок, тонких плёнок

масла на поверхности воды, тонких воздушных прослоек между двумя прозрачными пластинами и т.д.

Пусть на плоской стеклянной поверхности лежит плосковыпуклая линза очень большого радиуса кривизны R . (Рис.18). В этом случае между стеклянной пластинкой и линзой образуется воздушная прослойка в виде клина. Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного клина между линзой и пластинкой.

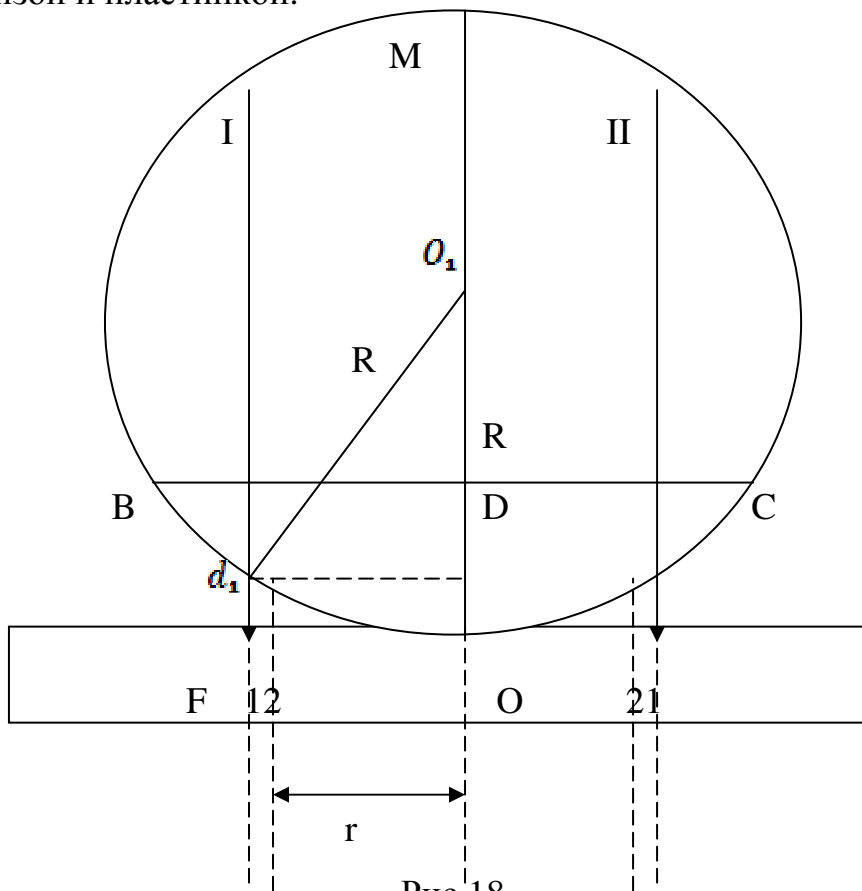
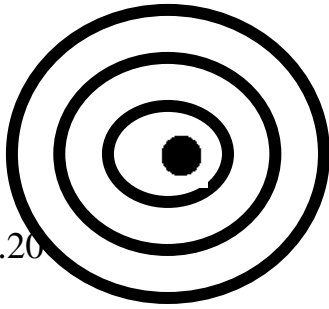


Рис.18

при наложении отражённых монохроматических лучей 1 и 2 возникают интерференционные полосы равной толщины, имеющие вид чередующихся тёмных и светлых концентрических колец (Рис.20), которые называются кольцами Ньютона, при этом в центре интерференционной картины возникает тёмное пятно. Если наблюдение ведётся в проходящем свете, то в центре интерференционной картины – светлое пятно. Если на поверхность линзы падает белый свет, то каждое светлое кольцо представляет собой набор цветных колец.



Получим формулы для расчёта радиусов колец Ньютона. Оптическая разность хода между лучами, отражёнными от верхней и нижней поверхностей воздушного клина на произвольном расстоянии

Рис.20 $r=DE$ от точки O равна $\Delta = 2nEF + \frac{\lambda}{2}$, при $n=1$, т.к.

прослойка воздушная, $\Delta = 2EF + \frac{\lambda}{2}$. Слагаемое $\frac{\lambda}{2}$ - это добавочная разность хода, возникающая при отражении света от оптически более плотной среды (в данном случае от поверхности стеклянной пластины). Из подобия прямоугольных треугольников EOD и EDM имеем:

$$\frac{DO}{DE} = \frac{DE}{DM}$$

где $DO = EF, DE = r, DM = 2R - EF \approx 2R$.

Отсюда $EF = \frac{r^2}{2R}$ и $\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$

При $\Delta = k\lambda$ имеем светлые кольца, при $\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ имеем тёмные кольца.

Следовательно, при наблюдении в отражённом свете радиусы светлых колец:

$$r_{\mathbf{k}}^{\text{св.}} = \sqrt{(2\mathbf{k} - 1) \frac{R\lambda}{2}}, \mathbf{k} = 1, 2, 3 \dots$$

Радиусы тёмных колец:

$$r_{\mathbf{k}}^{\text{тёмн.}} = \sqrt{kR\lambda}, \mathbf{k} = 0, 1, 2, 3 \dots$$

При наблюдении в проходящем свете: радиусы светлых колец

$$r_{\mathbf{k}}^{\text{св.}} = \sqrt{kR\lambda}, \mathbf{k} = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Радиусы тёмных колец:

$$r_{\mathbf{k}}^{\text{тёмн.}} = \sqrt{(2\mathbf{k} - 1) \frac{R\lambda}{2}}, \mathbf{k} = 1, 2, 3 \dots$$

Применение интерференции

В настоящее время технические измерения требуют определение длин с очень большой точностью. В качестве эталонов для измерения длин применяются концевые меры или плитки Иогансона. Для их изготовления и проверки применяются интерференционные методы, сущность которых сводится к осуществлению интерферометров типа Майкельсона или эталона Фабри-Перо.

Интерференционные методы широко применяются для измерений толщины пленок (интерференционные микроскопы), для измерения отклонения от плоскости, для определения качества обработки поверхности, высоты уступов, глубины канавок (интерферометр Линника), для определения коэффициента термического расширения (дилатометр Физо-Аббе), для определения ничтожных изменений показателя преломления, для определения состава газов в шахтах, анализа ничтожных количествах солей, растворенных в воде, для изменения в составе крови, для определения показателя преломления твердых тел, для очень точных измерений углов.

Дифракция света

В явлениях дифракции, как и интерференции, на первый план выступают волновые свойства света. Дифракция волн - совокупность явлений, наблюдаемых при прохождении волн в неоднородных средах, приводящих к отклонению волн от прямолинейного распространения. Под дифракцией света понимают всякое отклонение от прямолинейного распространения света, если

оно не может быть истолковано как результат отражения, преломления или изгибания световых лучей в средах с непрерывно меняющимся показателем преломления. Дифракцию света можно наблюдать, например, когда на пути распространения света находятся препятствия, т.е. непрозрачные тела произвольной формы (экраны) или когда свет проходит сквозь отверстия в экранах.

Геометрическая оптика предсказывает существование за экраном области резкой тени. Однако, опытным путем установлено, что вместо резкой границы свет-тень получается довольно сложная картина распределения освещенности, состоящая из темных и светлых участков - дифракционных полос. Дифракция - явление огибания световыми волнами препятствий и проникновение их в область геометрической тени. Явление дифракции выражено тем сильнее, чем меньше размеры экранов (или отверстий в них) и чем больше длина волн, т.е. необходимым условием наблюдения явления дифракции является выполнение соотношения $\lambda \geq l$, где λ - длина волны, l - линейные размеры препятствия или отверстия в экране.

Теория дифракции дает строгое обоснование геометрической оптике и определяет условия ее применимости, объясняет предельное разрешение оптических систем и структуру оптического изображения. Дифракция волн непосредственно связана с интерференцией, т.к. наблюдается в виде интерференционных картин.

В основе объяснения явления дифракции света лежит **принцип Гюйгенса-Френеля**.

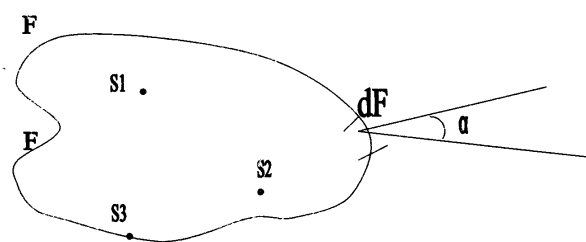


Рис.21.

Пусть имеются точечные источники света $S_1, S_2, S_3 \dots$. Окружим все эти источники света произвольной замкнутой поверхностью S . Чаще всего

предполагают, что поверхность S совпадает

с положением в некоторый момент времени одной из волновых поверхностей

соответствующих реальным источникам света. При таком выборе поверхности S все вторичные источники, колеблющиеся в одной фазе, когерентны.

По Гюйгенсу каждую точку такой поверхности можно считать как источник вторичных волн, распространяющихся во всех направлениях. По Френелю эти волны когерентны, поскольку они возбуждаются одними и теми же первичными источниками. Световое поле, возникающее в результате их интерференции, в пространстве вне поверхности P совпадает с полем реальных источников света. Всякая точка среды, до которой дошла волна, в свою очередь является источником вторичных волн, а огибающая всех вторичных волн (фронт волны) является результатом интерференции этих вторичных волн. Эти два положения недостаточны для количественного расчёта дифракции света, т.к. они ничего не говорят об интенсивности и характере направленности излучения вторичных источников. Поэтому Френель высказал предположение, что если $\alpha \geq \frac{\pi}{2}$ одинаковые площади вторичных источников, то мощности вторичного излучения тоже одинаковы. Кроме того, он считал, что амплитуда вторичных волн максимальна в направлении нормали \vec{n} к площади вторичного источника и уменьшается с увеличением угла между вектором нормали \vec{n} и направлением распространения волны и при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и направлением распространения волны и при $\alpha = 0$ практически равна нулю. Это утверждение исключает возможность идущих от вторичных источников волн распространяется внутрь области, ограниченной поверхностью S . наконец Френель предполагал, что вторичные волны излучаются только открытыми участками поверхности.

Метод зон Френеля. Дифракция сферических волн.

Рассмотрим случай прохождения света через круглое отверстие.

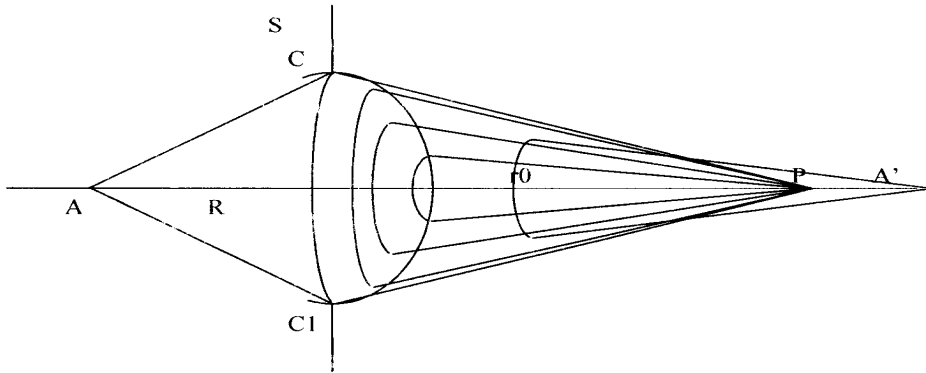


Рис.22

Пусть A - точечный источник света, CC1 - круглое отверстие в непрозрачном экране, лежащие на расстоянии R от него. Это отверстие пропустит лишь часть сферической волны, исходящей от источника A. Определим действие этой волны в т. P, лежащей на прямой AA', проходящей через центр отверстия CC1 на расстоянии r0 от отверстия.

Разделим волновую поверхность S на кольцевые зоны (зоны Френеля) построенные таким образом, чтобы расстояние от краев соседних зон до точки наблюдения P различались на половину длины волны (т.е. волны проходят в точку наблюдения в противофазе):

$$B_1P - B_0P = B_2P - B_1P = B_3P - B_2P = \dots = \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Колебания проходящие в т. P от соответствующих частей соседних зон, будут иметь разность хода $\frac{\lambda}{2}$, т.е. придут в т. P в противоположных фазах и будут поэтому гасить друг друга попарно.

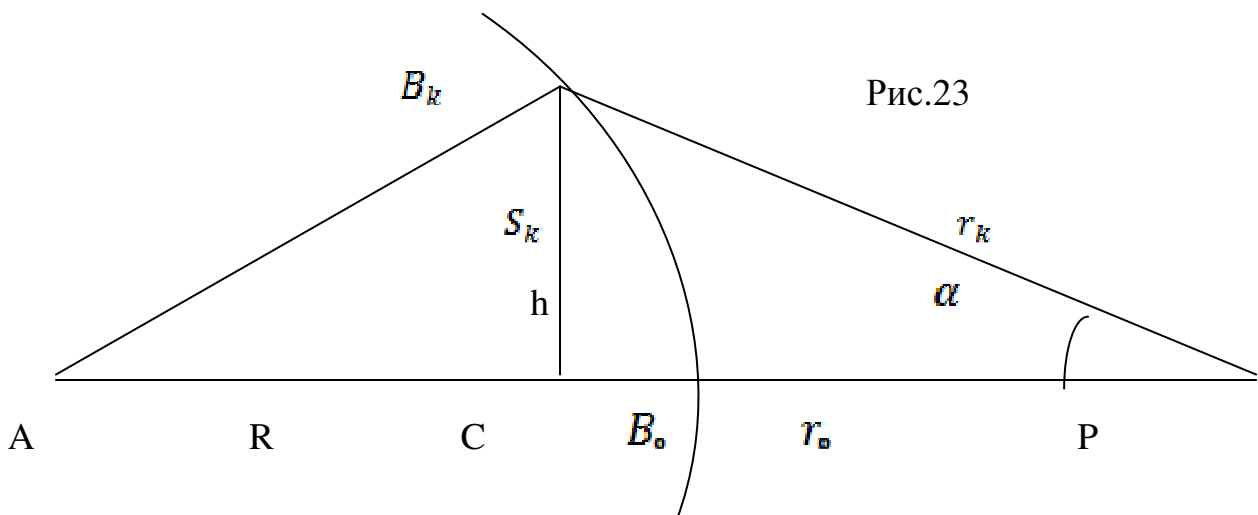


Рис.23

Покажем, что площади зон примерно одинаковы.

Пусть ρ_k - радиус k-ой зоны

Из рис.23 имеем:

$$\rho_k^2 = R^2 - (R - H)^2 = r_k^2 - (r_0 + h)^2$$

Откуда:
$$h = \frac{r_k^2 - r_0^2}{2(R + r_0)} \quad (2)$$

Причём $r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2}$. Следовательно:
$$r_k^2 - r_0^2 = k r_0 \lambda + k^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2$$

Считаем, что $\lambda \ll r_0$, следовательно, можно пренебречь слагаемым $k^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2$, и имеем:
$$r_k^2 - r_0^2 = k r_0 \lambda \quad (3)$$

Подставим (3) в (2)

$$h = \frac{k r_0 \lambda}{R + r_0} \quad (4)$$

Площадь поверхности сферического сегмента радиуса ρ_k

$$\Delta S_k = 2\pi R h$$

или, учитывая (4), имеем:

$$\Delta S_k = \frac{2\pi R r_0 k \lambda}{R + r_0}$$

площадь одной зоны:

$$\Delta S = \Delta S_k - \Delta S_{k-1} = k \frac{2\pi R r_0 \lambda}{R + r_0} - (k-1) \frac{2\pi R r_0 \lambda}{R + r_0} = \frac{2\pi R r_0 \lambda}{R + r_0} \quad (5)$$

в формуле (5) все величины постоянные, следовательно, площади зон одинаковы. Т.к. фазы колебаний, приходящих в т.Р от двух соседних зон, противоположны, то амплитуду суммарного колебания, вызванного действием k-зон, можно представить как:
$$A_k = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - \dots \pm a_k \quad (6)$$

где знак последнего слагаемого зависит от номера зоны (+ при k нечётном; - при k чётном).

В формуле (6) разобьём все нечётные члены на два слагаемых:

$$a_1 = \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2}; \quad a_3 = \frac{a_3}{2} + \frac{a_3}{2} \text{ и т.д.}$$

Тогда при нечётном k:

$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2}\right) + \dots + \left(\frac{a_{k-2}}{2} - a_{k-1} + \frac{a_k}{2}\right) + \frac{a_k}{2} \quad (7)$$

При чётном k :
$$A_k = \frac{a_1}{2} + \left(\frac{a_1 - a_2 + a_3}{2}\right) + \left(\frac{a_3 - a_4 + a_5}{2}\right) + \dots + \left(\frac{a_{k-3} - a_{k-2} + a_{k-1}}{2}\right) + \frac{a_{k-1} - a_k}{2} \quad (8)$$

Т.к. амплитуды монотонно убывают, то
$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

Следовательно, в формулах (7) (8) все слагаемые в скобках равны нулю.

Тогда при нечётном k
$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_k}{2} \quad (9)$$

При чётном k
$$A_k = \frac{a_1}{2} + \frac{a_{k-1}}{2} - a_k \quad (10)$$

Если число зон велико, то считаем:
$$\frac{a_{k-1}}{2} - a_k \sim -\frac{a_k}{2}$$

Следовательно, (9) и (10) примут вид:

$$A_k = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_k}{2} \quad (11)$$

где плюс - нечётное число зон, где минус - чётное число зон.

Найдём радиус k -й зоны для сферической волны.

Радиус k -й зоны:

$$\rho_k^2 = r_k^2 - (r_0 + h)^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h - h^2$$

Полагаем, что $r_0 \gg h$ и пренебрегаем h^2

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h$$

Вместо h подставим его значение (4):

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - k \frac{r_0^2}{R + r_0} \lambda$$

Но из (3) следует, что

$$r_k^2 - r_0^2 = k r_0 \lambda$$

$$\rho_k^2 = k r_0 \lambda - k \frac{r_0^2}{R + r_0} \lambda = k \lambda \left(r_0 - \frac{r_0^2}{R + r_0} \right) = k \frac{r_0 R}{R + r_0} \lambda$$

Отсюда

$$\rho_k = \sqrt{k \frac{r_0 R}{R + r_0} \lambda} \quad (12)$$

ρ_k есть радиус отверстия в экране. Следовательно, отверстие радиуса ρ открывает часть волнового фронта, на котором уменьшается число зон:

$$k = \frac{\rho_k \rho_k (R + r_0)}{\lambda r_0 R} \quad (13)$$

Если на экран падает плоская волна, то $R = \infty$; следовательно, формулы (12) и (13) примут соответственный вид:

$$\rho_n = \sqrt{kr_0 \lambda} \quad (14)$$

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0} \quad (15)$$

Следовательно, свет не распространяется прямолинейно, освещённость в т.Р определяется размером и положением отверстия CC_1 , она определяется действием всех точек, лежащих на открытой части волнового фронта. Если открыта вся волновая поверхность, то в точке Р всегда светло. Амплитуда, создаваемая в некоторой точке Р сферической волной от источника S_0 равна половине амплитуды, создаваемой лишь одной центральной зоной, т.е. действие всей волновой поверхности эквивалентно действию половины центральной зоны. По расчёту центральная зона имеет размеры долей миллиметра, поэтому свет от точки S_0 к точке Р распространяется как бы в пределах очень узкого пучка т.е.практически прямолинейно.

Зонные пластинки - представляют собой экран из последовательно чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, радиусы которых удовлетворяют (12). Бывают пластинки с открытыми четными или нечетными зонами. Такие пластинки действуют одновременно как комбинации собирательных и рассеивающих линз.

Дифракция на круглом диске

Поместим на пути сферической волны, идущей от точечного источника света S_0 , идеально круглый непрозрачный экран D, который закроет k первых зон волнового фронта.

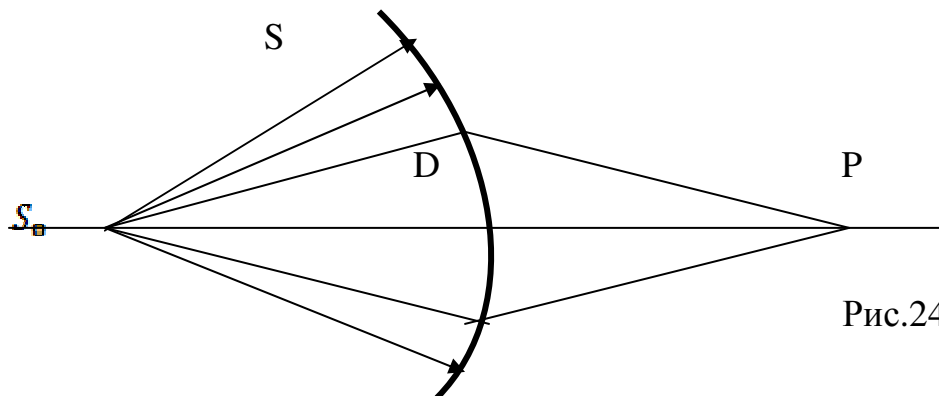


Рис.24

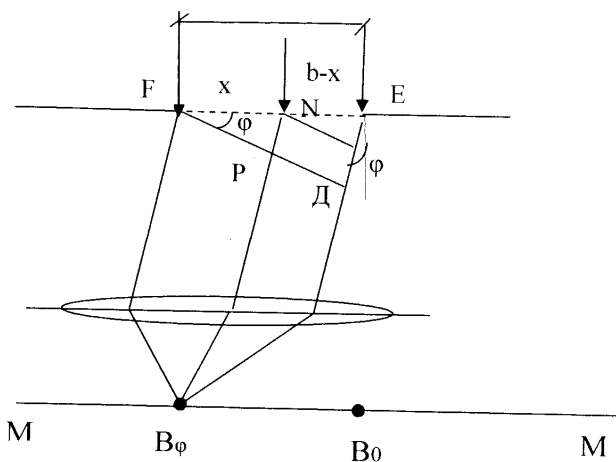
Тогда в т. Р придут колебания от всех остальных зон, начиная с (k+1) - й.

Повторяя все предыдущие рассуждения, получим:
$$A_p = \frac{a_{k+1}}{2}$$

Таким образом в точке наблюдения Р всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля (первой зоны, прилегающей к экрану). С увеличением радиуса диска увеличивается угол α между нормалью к поверхности этой зоны и направлением излучения в сторону точки наблюдения Р, что приводит к ослаблению интенсивности интерференционного максимума в т.Р. Если радиус диска во много раз больше радиуса закрытой им центральной зоны Френеля, то угол $\alpha \sim \frac{\pi}{2}$ и за диском наблюдается обычная тень и в этом случае выполняется закон прямолинейного распространения света.

Дифракция на щели (дифракция Фраунгофера)

Рассмотрим бесконечно длинную щель шириной b. Для расчета интенсивности света, распространяющегося по разным направлениям за щелью, запишем выражение для волны, посылаемой каждым элементом волнового фронта,



и просуммируем действие всех элементов. Амплитуда волны, обусловленной одним таким элементом, пропорциональна ширине такого элемента (Cdx). Коэффициент C определяется из условия, что по направлению $\varphi = 0$, амплитуда волны, посылаемая всей щелью, равна

$$A_0, \text{ т.е. } Cb = A_0 \quad C = A_0/b$$

Следовательно, световое возмущение в соответствующем участке щели:

$$dS = \frac{A_0}{b} dx \cos \omega t$$

Для отыскания действия всей щели в направлении φ необходимо учесть разность фаз, характеризующую волны, доходящие от различных элементов волнового фронта до т. наблюдения B_φ . Из рис. разность фаз (хода):

$$NP = x \sin \varphi$$

Тогда световое возмущение:

$$dS = \frac{A_0}{b} dx \cos(\omega t - kx \sin \varphi) \quad (1)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} - \text{волновое число}$$

Результирующее возмущение

$$S = \int dS = \int_0^b \frac{A_0}{b} dx \cos \left(\omega t - kx \sin \varphi \right) = A_0 \frac{\sin \left(\frac{bk}{2} \sin \varphi \right)}{\frac{bk}{2} \sin \varphi} \cos \left(\omega t - \frac{bk}{2} \sin \varphi \right) \quad (2)$$

Следовательно, результирующая волна, идущая в направлении φ , имеет амплитуду:

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin \left[\frac{bk}{2} \sin \varphi \right]}{\frac{bk}{2} \sin \varphi} \quad (3)$$

В практических случаях угол φ мал, и можно положить $\sin \varphi \approx \varphi$.

Тогда
$$A_{\varphi} = \frac{A_0 \sin\left(\frac{b\pi\varphi}{\lambda}\right)}{b\pi\varphi/\lambda} \quad (4)$$

Выражение (4) показывает, что вдоль экрана освещённость меняется, проходя через минимумы и максимумы.

(3) обращается в ноль для $\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = m\pi$, где $m = 1, 2, 3, \dots$

т.е. $b \sin \varphi = m\lambda$ условие минимума

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = (2m + 1)\pi$$

(*) $b \sin \varphi = (2m + 1)\lambda$ условие максимума

наибольший максимум имеет место для

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 0, \text{ т. е. для } \varphi = 0$$

В этом случае $A_{\varphi} = A_0$

Распределим интенсивности:
$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2 \left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi \right]}{\left[\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi \right]^2} \quad (5)$$

где I_0 - интенсивность света, идущего от щели в направлении первичного пучка.

Кривая распределения интенсивности имеет вид:

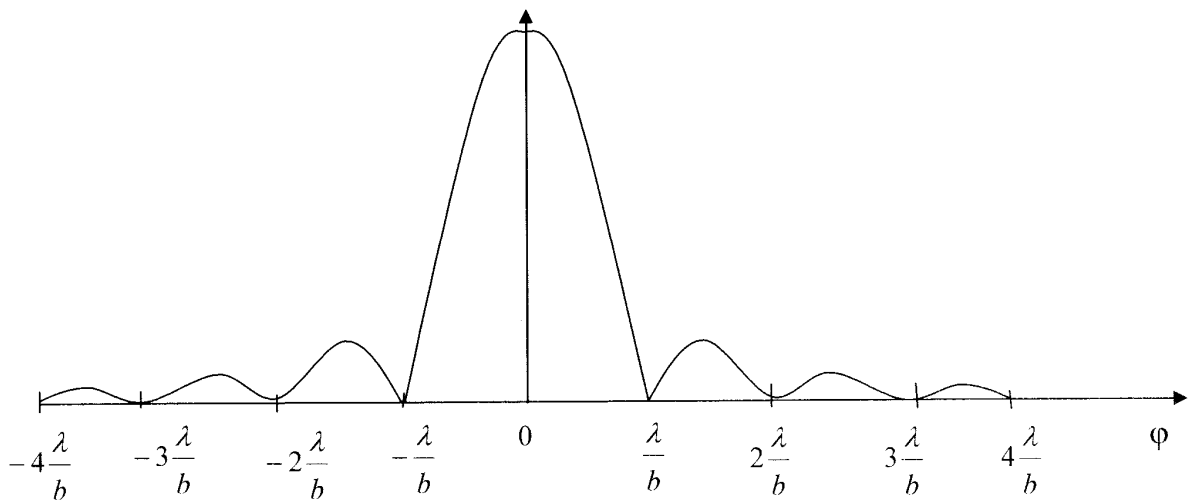


Рис.26

В центре ($\varphi = 0$) - яркая светлая полоса, по бокам вторичные, относительно слабые мах , их положение определяется условием (*), а распределение интенсивности – уравнением (5).

Дифракция от прямоугольного и круглого отверстия – самостоятельно.

Дифракционная решётка

Дифракционная решётка – важнейший спектральный прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длин волн.

Одномерная дифракционная решётка представляет собой систему из большого числа N одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей разделённых одинаковыми по ширине непрозрачными промежутками. Изготавливается дифракционная решётка путём нанесения на стеклянную или металлическую поверхность делительной машиной до сотен тысяч прямых равноотстоящих друг от друга одинаковых штрихов. На стеклянных решётках наблюдения можно проводить и в проходящем и в отражённом свете, на металлических – только в отражённом свете. Применяются так же и вогнутые металлические решётки, на которых штрихи наносятся на вогнутую сферическую поверхность.

Основными характеристиками любого спектрального прибора является его дисперсия и разрешающая сила (способность). Угловой дисперсией называется величина D , равная производной от угла отклонения лучей φ по длине волны.

$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d}$ где $k=1,2,3,\dots$ - порядок спектра, d – постоянная решётки. Вблизи $\varphi = 0$ дисперсия сохраняет постоянное значение; спектр с постоянной дисперсией равномерно растянут в области всех длин волн.

Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн $d\lambda$, при которой все линии воспринимаются в спектре отдельно.

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} = kN.$$

где k – порядок спектра, N – общее число щелей в решётке.

Разрешающая сила не зависит от постоянной d , а определяется лишь общим числом щелей и порядком спектра.

Рассмотрим простейшую идеализированную решётку, состоящую из одинаковых равноотстоящих параллельных щелей, сделанных в непрозрачном экране. Ширина щели a , ширина непрозрачной части экрана между двумя соседними щелями – b . В решётке будет осуществляться многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, исходящих из щелей решётки при её освещении. Пусть на решётку нормально к её поверхности падает плоская монохроматическая волна.

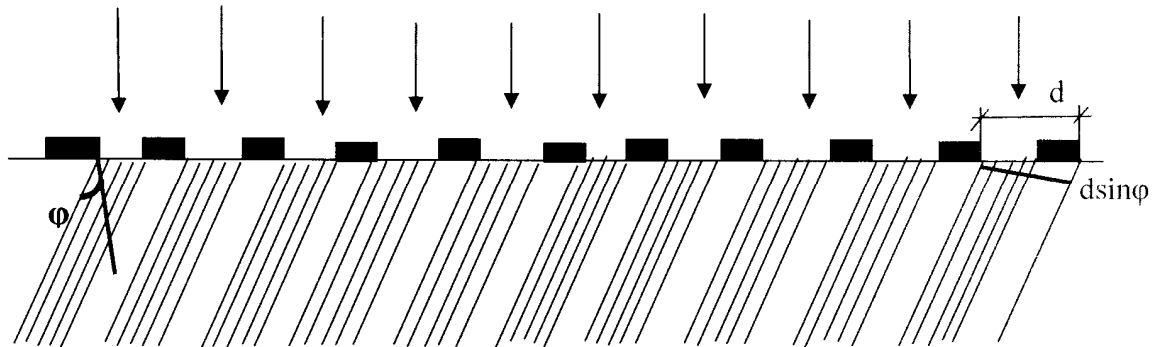


Рис.27

Разность хода между вторичными волнами, исходящими из соседних щелей решётки будет $d \sin \varphi$, разность фаз $\delta = kd \sin \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$.

где φ - угол дифракции, k – волновое число, d – период решётки.

Пусть E_1 - поле в т. Наблюдения, излучаемое первой щелью.

$$E_1 = a \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

Поля, излучаемые остальными щелями:

$$E_2 = E_1 \exp[-(N-1)i\delta]; \dots; E_N = E_1 \exp[-(N-1)i\delta]$$

где N – общее число щелей.

Полное поле, излучаемое всеми щелями

$$E = E_1 [1 + e^{-i\delta} + e^{-2i\delta} + \dots + e^{-(N-1)i\delta}] = E_1 \frac{1 - e^{-iN\delta}}{1 - e^{-i\delta}}$$

Отсюда имеем:

$$E = E_1 \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\frac{\delta}{2}} \cdot e^{-i(N-1)\frac{\delta}{2}}$$

И, следовательно, амплитуда

$$A = A_1 \frac{\sin(N \frac{\delta}{2})}{\sin(\frac{\delta}{2})} = A_1 \frac{\sin(N \frac{\pi}{\lambda} d \sin[\varphi])}{\sin(\frac{\pi}{\lambda} d \sin[\varphi])} \quad (6)$$

A_1 - вещественная амплитуда волны от одной щели.

Для интенсивности имеем:

$$I = I_1 \frac{\sin^2(N d \frac{\pi}{\lambda} \sin[\varphi])}{\sin^2(\frac{\pi}{\lambda} d \sin[\varphi])} \quad (7)$$

(6) и (7) - основные формулы в теории дифракционной решётки.

Проанализируем:

При $\varphi = 0$ разность фаз δ тоже 0. В этом случае (6) и (7) имеют неопределённость $\frac{0}{0}$. Раскрывая эти неопределённости, получим:

$$A_{\text{гл.}} = N \cdot A_1 \quad I_{\text{гл.}} = N^2 \cdot I_1 \quad (8)$$

(8) определяют положение центрального максимума.

При $\frac{\delta}{2} = m\pi$ имеем тот же результат, как и (8).

$$\delta \frac{\pi}{\lambda} \sin \varphi = m\pi$$

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (9), \text{ где } m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$$

(9) – условие максимума при нормальном падении лучей на дифракционную решётку.

В направления, определяемых условием (9), получаются максимумы, интенсивность которых в N^2 раз превосходит интенсивность волны от одной щели в том же направлении. Они называются главными максимумами.

m – порядок главного максимума или порядок спектра.

Условие (9) определяет направления, в которых излучения от всех щелей решётки приходят в т. Наблюдения в одинаковых фазах, а поэтому усиливают друг друга. В таких направлениях при отдельных значениях m могут и не возникнуть максимумы. Это будет, когда $I_0 = 0$, т.е. в направлениях на

дифракционные минимумы от одной щели. Например, если $a=b$ все главные максимумы чётного порядка не появятся. Условие появления главного максимума порядка $2n$ имеет вид: $d \sin \varphi = 2n\lambda$

При $d=2a$, оно переходит в $a \sin \varphi = n\lambda$, условие дифракционного минимума на щели. Следовательно, в этом направлении ни одна щель и решётка в целом не излучают.

Выражение (6) и (7) обращаются в ноль, если

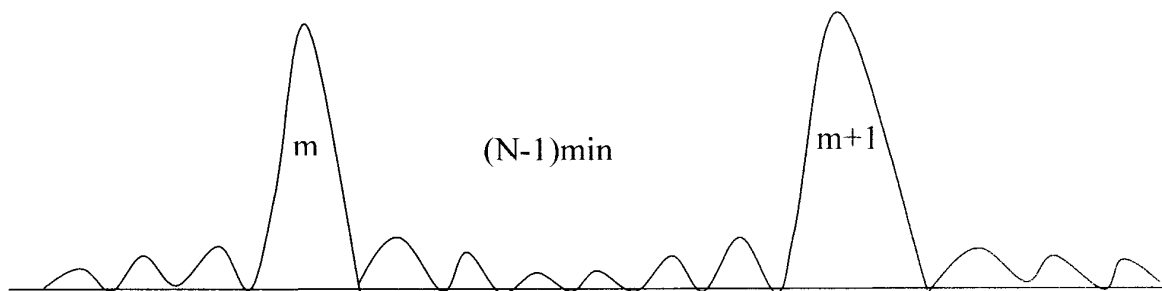
$$\sin \frac{N\delta}{2} = 0 \quad \left(\text{но } \sin \frac{\delta}{2} \neq 0 \right)$$

Это возможно при $\frac{N\delta}{2} = (Nm + p)\pi$

или
$$d \sin \varphi = \left(m + \frac{p}{N}\right)\lambda \quad (10)$$

$$(p=1;2;3;\dots;N-1)$$

В направлениях, удовлетворяющих условию (10), получаются дифракционные минимумы. Между двумя соседними минимумами получается максимум.



Такие максимумы называются добавочными. Между двумя соседними максимумами располагается (N-1) минимумов и (N-2) добавочных максимумов.

Величину δ – разности фаз, определяющую направление на какой-либо добавочный тах, можно вычислить по формуле:

$$\delta = 2\pi \left(m + \frac{2p + 1}{2N}\right) \quad (11)$$

Причём интенсивность этих добавочных максимумов

$$I = \frac{I_1}{\pi^2} \left(\frac{2N}{2p + 1}\right)^2 = \frac{4}{(2p + 1)^2 \pi^2} I_{zn}. \quad (12)$$

Теоретически на данной дифракционной решётке можно наблюдать $m = \frac{d}{\lambda}$

главных дифракционных максимумов. Если волна падает на дифракционную решётку под углом α , то положение главных максимумов определяется условием: $d(\sin \varphi - \sin \alpha) = \pm m\lambda$ (13)

Положение дифракционных минимумов при этом определяется условием:

$$d \left(\sin \varphi - \sin \alpha \right) = \left(m + \frac{p}{N} \right) \lambda \quad (14)$$

(p=1;2;3;...;N-1)

В монохроматическом свете дифракционная картина имеет вид узких и ярких главных максимумов, разделённых практически тёмными широкими промежутками.

Если дифракционная решётка освещается белым светом, то центральный максимум (максимум нулевого порядка) имеет вид белой полосы, а по обе стороны от него – дифракционные спектры 1-го, 2-го и т.д. порядков. Спектры имеют вид радужных полосок, в которых наблюдается непрерывный переход от окраски сине-фиолетового цвета у внутреннего края спектра к красной у внешнего края.

Это свойство дифракционной решётки используется для исследования спектрального состава спектра. Применяемые для этого приборы называются дифракционными спектрографами или дифракционными спектроскопами.

Дифракция на двумерных и трёхмерных решётках.

Дифракция рентгеновских лучей. Формула Вульфа-Брэгга.

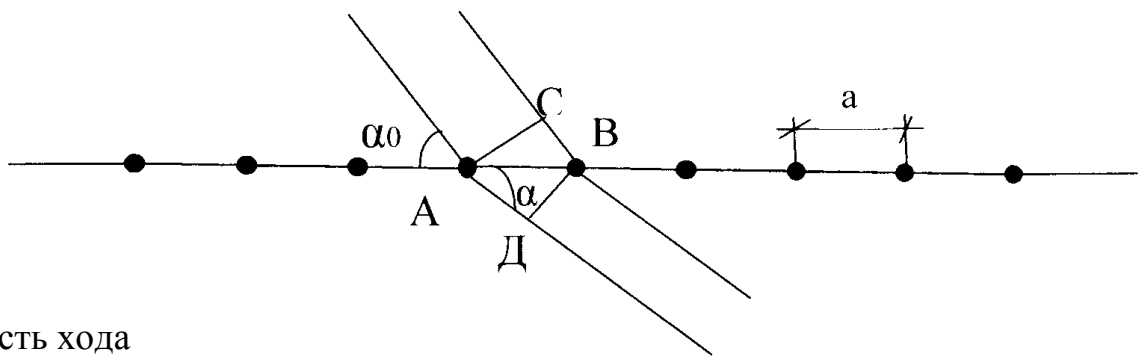
Двухмерной решёткой называется всякая структура, свойства которой меняются в двух различных направлениях. Примером двумерной решётки может служить две скрещенные решётки под некоторым углом. Дифракционная

картина от такой структуры может быть получена наложения дифракционных картин от соответствующих одномерных решёток. Трёхмерные, пространственные решётки обладают периодичностью в трёх различных направлениях.

Для дифракции рентгеновских лучей Лауэ предложил воспользоваться кристаллом, который можно рассматривать как естественную периодическую пространственную решётку.

Сотрудники Лауэ провели опыт по дифракции рентгеновских лучей не кристалле, и на фотоплёнке получили дифракционную картину. Этот опыт доказал волновую природу рентгеновского излучения и открыл два направления: рентгеновскую спектроскопию и рентгеноструктурный анализ.

Рассмотрим дифракцию лучей прямолинейной цепочке атомов.



Разность хода

$$AD - CB = a(\cos \alpha - \cos[\alpha_0])$$

условие max: $a(\cos \alpha - \cos[\alpha_0]) = m\lambda, m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$

Двумерные и трёхмерные решётки могут быть простыми и составными. Решётка называется простой, если она построена из одинаковых атомов, причем элементарная ячейка состоит из 8 атомов, расположенных в вершинах параллелепипедов. Все остальные решётки называются составными. Составная решётка состоит из нескольких простых решёток, вставленных в друг друга. Дифракционная картина, возникающая при дифракции рентгеновских волн на составной решётке, получается в результате интерференции дифракционных картин от простых решёток, из которых она состоит.

Если два атома простой решётки соединить прямой линией, то ввиду периодичности распределения атомов в пространстве, на прямой окажется

бесконечно много атомов, находящихся на одинаковых расстояниях друг от друга. Такие прямые мы будем называть атомными прямыми. Плоскости, в которых располагаются атомы — атомными плоскостями. Три произвольные атомные прямые, не лежащие в одной плоскости и пересекающиеся на каком-либо атоме, можно принять за координатные оси X, Y, Z прямолинейной (а в общем случае косоугольной) системы координат.

Тогда координаты атомов простой решётки представляются выражениями

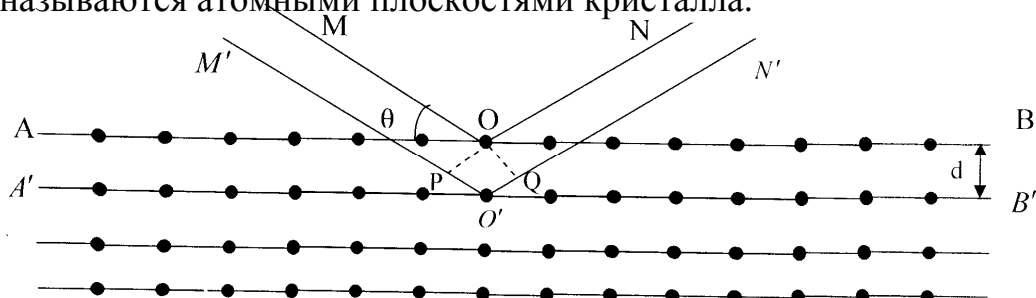
$$X_{lmn} = l a_1; y_{lmn} = m a_2; z_{lmn} = n a_3 \quad (15)$$

a_1, a_2, a_3 - постоянные, называемые периодами решётки

Элементарной ячейкой такой решётки является параллелепипед с ребрами a_1, a_2, a_3 в вершинах которого находятся атомы. Пусть на простую решётку падает параллельный пучок рентгеновских лучей, образующих углы $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ с координатными осями X, Y, Z. Чтобы волны, рассеянные всеми атомами в направлении прямой, составляющей углы α, β, γ с координатными осями, при интерференции усиливали друг друга, должны выполняться соотношения:

$$\begin{aligned} a_1(\cos \alpha - \cos \alpha_0) &= m_1 \lambda \\ a_2(\cos \beta - \cos \beta_0) &= m_2 \lambda \\ a_3(\cos \gamma - \cos \gamma_0) &= m_3 \lambda \\ m_1, m_2, m_3 &= 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots \end{aligned} \quad (16)$$

(16) есть условие Лауэ. Дифракционная картина, возникающая на фотопластинке, называется лауэграммой. Для получения лауэграммы необходимо сплошное рентгеновское излучение. Дифракцию рентгеновских лучей на кристаллах можно трактовать как результат интерференции рентгеновских лучей зеркально отражённых от системы параллельных плоскостей, которые проходят через узлы кристаллической решётки. Эти плоскости называются атомными плоскостями кристалла.



Пусть на атомную плоскость падает параллельный пучок света $MO.MO'$.
 Разность хода между лучами, отражёнными от соседних плоскостей $\Delta = 2d \sin \theta$

Для интерференционного усиления отражённых лучей должно выполняться условие $2d \sin \theta = m\lambda$ (17) – формула Вильфа-Брэгга.

$$m = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3 \dots$$

Интенсивность отражённых лучей зависит от плотности атомов на атомной плоскости.

Поляризация колебаний

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний, получаем уравнение траектории результирующего колебания:

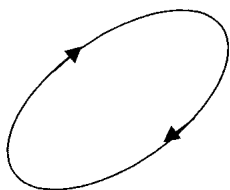
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos[(\varphi_2 - \varphi_1)] = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Картина траектории в зависимости от разности фаз:

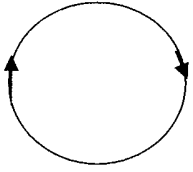
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$$



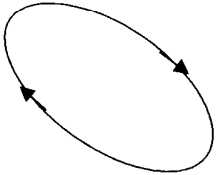
$\Delta\varphi = 0$ линейно-поляризованное колебание



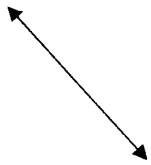
$0 < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$ эллиптически поляризованное колебание



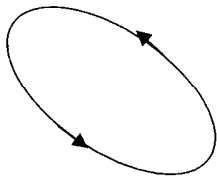
$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ колебание, поляризованное по кругу
(круговая поляризация)



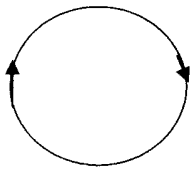
$\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$ эллиптически поляризованное колебание



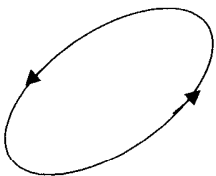
$\Delta\varphi = \pi$ линейно-поляризованное колебание



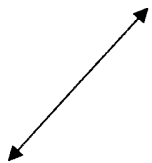
$\pi < \varphi < \frac{3}{2}\pi$ эллиптически
поляризованное колебание



$\varphi = \frac{3}{2}\pi$ колебание, поляризованное по
кругу



$\frac{3}{2}\pi < \varphi < 2\pi$ эллиптически поляризованное колебание



$\varphi = 2\pi$ линейно-поляризованное колебание

Поляризация света

Так как свет излучается множеством атомов, то в распространяющемся световом луче будет множество направлений колебаний векторов E , причем для каждого вектора E будет существовать свой вектор \vec{H} .

Естественный свет - оптическое излучение с быстро и беспорядочно изменяющимися направлениями колебаний напряжённостей электромагнитного поля, причем все направления колебаний, перпендикулярные световым лучам, равноправны. Раскаленные тела, светящиеся газы испускают свет, близкий к естественному. Близок к естественному и прямой солнечный свет.

Поляризация света - упорядочение в ориентации векторов напряженностей электрического и магнитного полей световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу.

Полностью поляризованный свет - свет, у которого две взаимно перпендикулярные компоненты (проекции) E_x и E_y электрического вектора E совершают колебания с постоянной во времени раз. Состояние поляризации света изображается с помощью эллипса поляризации.

Эллипс поляризации - проекция траектории, которую описывает конец вектора E на плоскость, перпендикулярную лучу. В общем случае проекционная картина имеет вид эллипса с правым или левым направлением вращения вектора E во времени, но может вырождаться в окружность и прямую. В связи с этим различают поляризации эллиптическую, круговую или циркулярную и линейную.

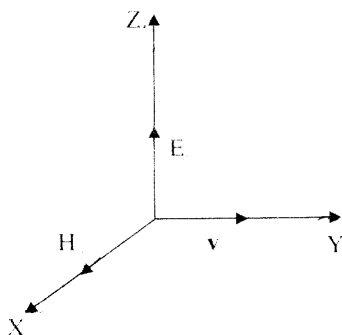
Эллиптическая поляризация света - поляризация, при которой проекция траектории, описываемой концом вектора E на плоскость, перпендикулярную лучу, имеет вид эллипса.

Круговая (циркулярная) поляризация света - поляризация, при которой проекция траектории, описываемой концом вектора E на плоскость, перпендикулярную лучу, имеет вид окружности.

Линейная поляризация света - поляризация, при которой проекция траектории, описываемой концом вектора E на плоскость, перпендикулярную лучу, имеет вид отрезка прямой.

Плоскость поляризации - плоскость, проходящая через направление колебаний электрического вектора линейно-поляризованной световой волны и направление распространения волны (вектор V).

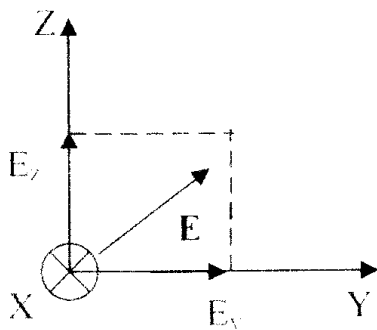
1. плоско-поляризованная волна.



$$\left. \begin{aligned} E &= E_z \\ H &= H_x \\ k &= e_y k \end{aligned} \right\} \text{плоскости колебаний фиксированы}$$

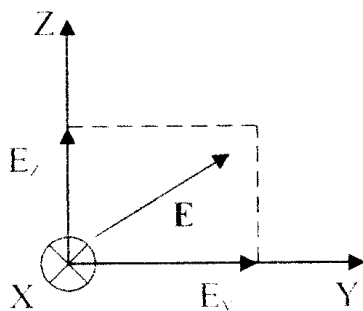
- волновой вектор.

2. Циркулярно-поляризованная волна (круговая поляризация)



$$E = E_y e_y \cos(\omega t - kx) + E_z e_z \cos(\omega t - kx)$$

3. Эллиптически-поляризованная волна (эллиптическая поляризация)



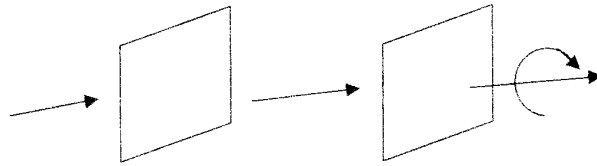
$$E = E_y e_y \cos(\omega t - kx) + E_z e_z \cos(\omega t - kx)$$

$$E_y \neq E_z$$

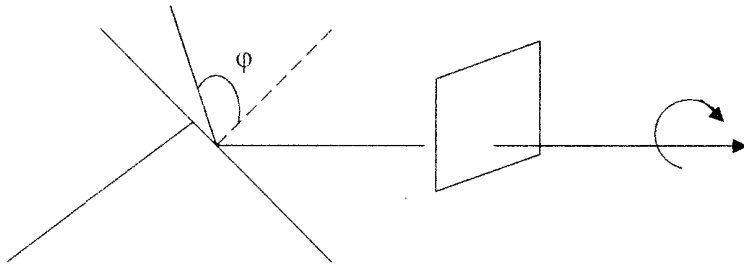
$$\varphi \neq \frac{\pi}{2} n; n = 1, 2, 3 \dots$$

Поляризация при отражении и преломлении света

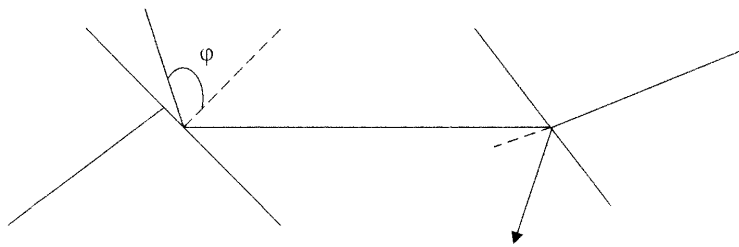
1. Опыты с двумя пластинками турмалина.



2. Опыты с зеркалом и пластинкой турмалина.



3. Опыты с двумя зеркалами.

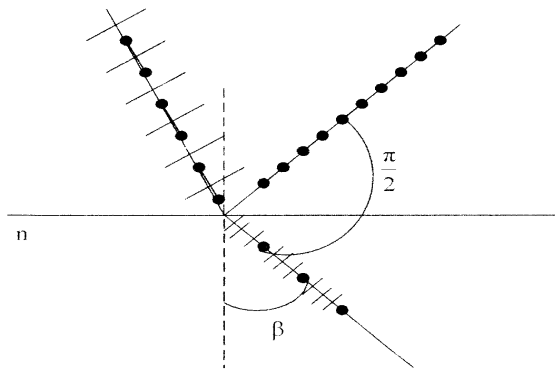


В опытах с зеркалом и пластинкой турмалина и с двумя зеркалами будем изменять угол падения φ .

Изменяя угол φ , убедимся, что доля поляризованного света в отраженном луче зависит от угла падения φ , причем с возрастанием угла φ доля поляризованного света возрастает и при определенном значении угла φ отраженный свет полностью поляризован. Величина этого угла полной поляризации зависит от относительного показателя преломления n и определяется соотношением (установил Брюстер)

$\text{tg}\varphi = n_{12}$ — закон Брюстера.

В случае полной поляризации вектор E в отраженном свете колеблется перпендикулярно плоскости падения.



Если проанализировать преломленный свет, то увидим, что доля поляризованного света в преломленном луче тоже зависит от угла падения и показателя преломления среды. При падении света на границу раздела сред

под углом Брюстера поляризация преломленных лучей максимальна из всех возможных поляризаций и луч отраженный и преломленный образуют между собой угол в $\frac{\pi}{2}$.

Формулы Френеля

Рассмотрим решение вопроса о доле поляризованного света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков в зависимости от угла падения. Амплитуды отраженной и преломленной волны зависят от поляризации падающей волны.

Пусть i - индексы падающих лучей

r - индексы отраженных лучей

d - индексы преломленных лучей

Для каждой компонент вектора E справедливо:

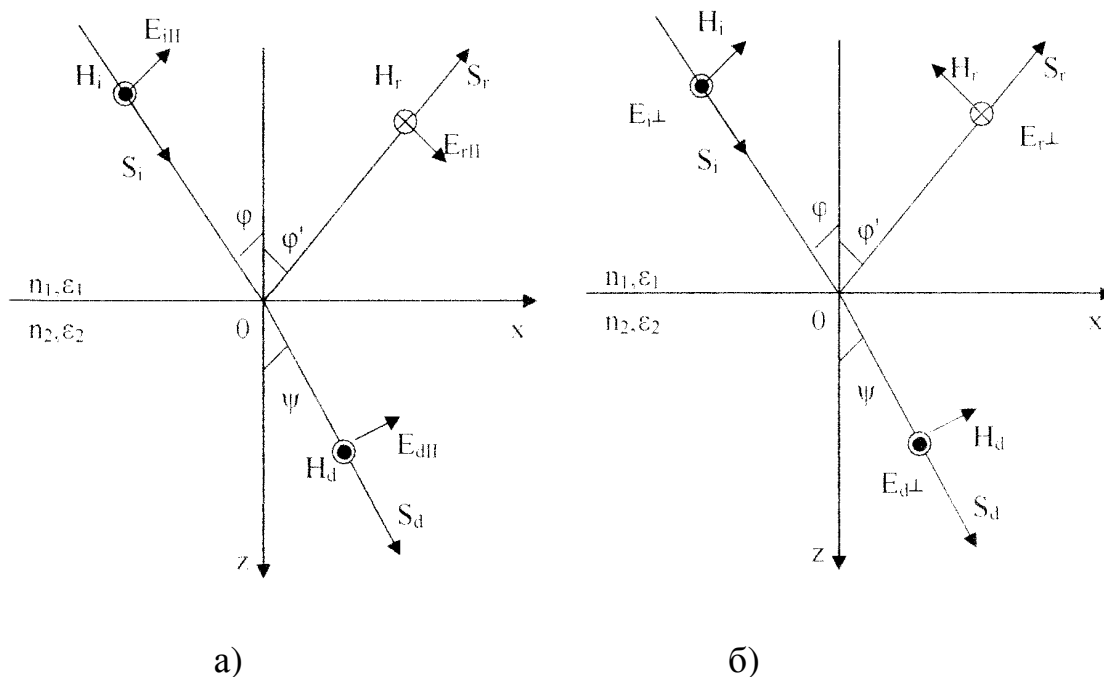
$$E_i = E_{i||} + E_{i\perp}$$

$$E_r = E_{r||} + E_{r\perp}$$

$$E_d = E_{d||} + E_{d\perp}$$

Или $E_j = E_{j||} + E_{j\perp} \quad j = i, r, d.$

Схема расположения волновых векторов и напряженностей в падающей, отраженной и преломленной волнах.



а - компоненты напряженности электрического вектора $E_{||}$ лежат в плоскости падения, б - компоненты напряженности электрического вектора E_{\perp} перпендикулярны к плоскости падения.

Рассмотрим случай, когда компоненты $E_{||}$ лежат в плоскости падения. Граничные условия для такой поляризации имеют вид:

$$(E_{\tau 1} = E_{\tau 2}; H_{\tau 1} = H_{\tau 2})$$

$$\left. \begin{aligned} E_{||} \cos \varphi + E_{r||} \cos \varphi &= E_{d||} \cos \psi & (1) \\ n_1 E_{||} - n_1 E_{r||} &= n_2 E_{d||} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

Решая (1) и используя

получим:

$$r_{||} = \frac{E_{r||}}{E_{||}} = -\frac{\sin 2\varphi - \sin 2\psi}{\sin 2\varphi + \sin 2\psi} = -\frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} \quad (3)$$

$$t_{||} = \frac{E_{d||}}{E_{||}} = \frac{2 \sin \varphi \sin \psi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)} \quad (4)$$

r_{II} и t_{II} – амплитудные коэффициенты отражения и пропускания для волны, линейно-поляризованной в плоскости падения. Для компонент напряжённости электрического вектора, перпендикулярных плоскости падения, граничные условия будут иметь вид:

$$E_{i\perp} + E_{r\perp} = E_{d\perp}$$

$$n_1(E_{i\perp} - E_{r\perp}) \cos \varphi = n_2 E_{d\perp} \cos \psi$$

Тогда:

$$r_{\perp} = \frac{E_{r\perp}}{E_{i\perp}} = -\frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin[(\varphi + \psi)]} \quad (5)$$

$$t_{\perp} = \frac{E_{d\perp}}{E_{i\perp}} = -\frac{2 \sin \psi \sin \varphi}{\sin[(\varphi + \psi)]} \quad (6)$$

(3) и (6) – формулы Френеля.

Рассмотрим случай когда $\varphi + \psi = \frac{\pi}{2}$

Это условие удовлетворяется при угле падения

$$\varphi_B = \arctg \frac{n_2}{n_1} = \arctg n$$

Как видно из (3) при $\varphi = \varphi_B$ r_{II} для E_{rII} равен 0 и при этом:

$$r_{\perp} = -\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1}$$

Следовательно, отражённый свет линейно поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

Пусть свет естественный. Тогда:

$$\text{Для отражения света: } \overline{E_{II}^2} = \overline{E_{\perp}^2} \quad \overline{E_{nII}^2} = \overline{E_{r\perp}^2}$$

Следовательно, отражённый свет оказывается более или менее поляризованным.

За меру степени поляризации принимают соотношение:

$$\Delta = \frac{I_{\perp} - I_{II}}{I_{\perp} + I_{II}} 100\%$$

- интенсивности, соответствующие компонентам E_{\perp} и E_{II} .

При падении под углом Брюстера:

$$\frac{E_{d\perp}}{E_{d\parallel}} = \frac{2n}{1+n^2} \quad \frac{I_{d\perp}}{I_{d\parallel}} = \frac{4n^2}{(1+n^2)^2}$$

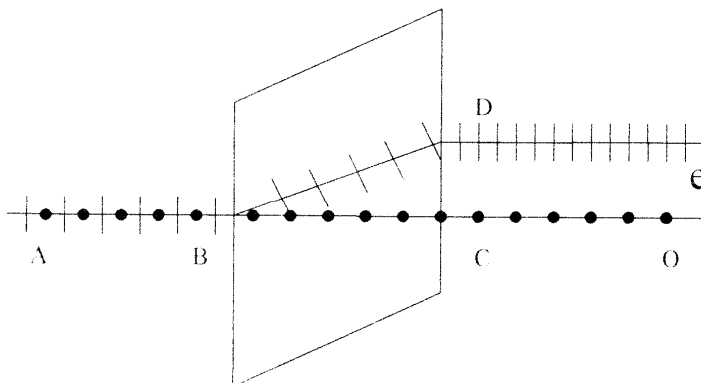
$$\Delta = \frac{4n^2 - (n^2 + 1)^2}{4n^2 + (n^2 + 1)^2} = -\frac{(n^2 - 1)^2}{4n^2 + (n^2 + 1)^2}$$

Двойное лучепреломление

Все вещества обладают определенными свойствами: оптическими, электрическими, магнитными, механическими.

Изотропные - одинаковые свойства во всех направлениях.

Анизотропные - в различных направлениях свойства различны. Примером анизотропного вещества может служить исландский шпат (кристаллы углекислого кальция CaCO_3). Если через кристалл исландского шпата пропустить узкий пучок естественного света, то вследствие анизотропии оптических свойств луч естественного света разделится на два луча: обыкновенный и необыкновенный. Это явление называется двойным лучепреломлением.



Луч BC – обыкновенный (O)

Луч BD – необыкновенный (e)

Лучи обыкновенный и необыкновенный после выхода из кристалла будут параллельны друг другу и поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для обыкновенного луча $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_o = const$ для различных направлений распространения света в кристалле. Для необыкновенного луча $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_c \neq const$ т. е. для различных направлений распространения света показатель преломления различен.

В кристалле исландского шпата существует одно определенное направление, вдоль которого оба преломленных луча распространяются, не раздваиваясь, и с одной скоростью, как в обычной изотропной среде.

n_o - показатель преломления обыкновенного луча – отношение скорости электромагнитного излучения в вакууме к скорости обыкновенного луча в анизотропной среде.

n_c - главный показатель преломления необыкновенного луча – отношение скорости электромагнитного излучения в вакууме к фазовой скорости необыкновенного луча в анизотропной среде в направлении, перпендикулярном к оптической оси, в случае одноосной анизотропии, или в направлении, перпендикулярном биссектрисе угла между оптическими осями, в случае двухосной анизотропии.

Показатель двулучепреломления - разность между главным показателем преломления необыкновенного луча в анизотропной среде и показателем преломления обыкновенного луча в той же среде. Такое направление называют оптической осью кристалла (Одноосные и двуосные кристаллы). Любая прямая, параллельная оптической оси, тоже есть оптическая ось. Плоскость, проходящая через оптическую ось и нормаль к волновой поверхности распространяющихся волн, носит название плоскости главного сечения или главной плоскости.

Колебания вектора D обыкновенного луча происходят перпендикулярно главной плоскости (т. е. обыкновенный луч поляризован перпендикулярно главной плоскости). Колебания вектора D

необыкновенного луча происходят в главной плоскости (т. е. необыкновенный луч поляризован в главной плоскости).

Поляризационные призмы

Явление двойного лучепреломления используют для получения поляризованного света. При этом кристаллы, обладающие свойством двойного лучепреломления, делятся на положительные и отрицательные.

Кристаллы, для которых $n_e \leq n_o$ - отрицательные (исландский шпат). Кристаллы, для которых $n_e \geq n_o$ - положительные (кварц). Для получения поляризованного света удобно пользоваться не самими кристаллами, а их комбинациями, которые носят названия поляризационных призм.

Различают однолучевые поляризационные призмы, из которых выходит только один пучок поляризованного света, и двухлучевые поляризационные призмы, из которых выходят два пучка света, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Однолучевые поляризационные призмы действуют по принципу полного внутреннего отражения. Первая призма была изобретена в 1828 году шотландским физиком Николем и ее называют по имени изобретателя николем. Кристалл исландского шпата определенным образом подготавливают и разрезают, затем склеивают канадским бальзамом, показатель преломления которого лежит между показателем преломления для обыкновенного и необыкновенного луча. Благодаря полному внутреннему отражению на границе склеивания можно получить поляризованный свет.

В призме Фуко, устроенной, как и николю, канадский бальзам заменен тонким слоем воздуха. Благодаря этому, она может применяться для ультрафиолета, а призма Николя непригодна для этой цели, т. к. канадский бальзам поглощает

ультрафиолет. Призмы Николя и Фуко имеют скошенные основания. Есть призмы, имеющие форму прямоугольного параллелепипеда. Это призмы Глазбрука, Глана, Глана-Томпсона, Гартнака-Празмовского, Франка-Риттера, Аренса.

Двоякопреломляющие призмы:

- Призма из исландского шпата и стекла (призма Рошона и призма Волластона).
- Призмы из двух кусков исландского шпата с различным направлением оптических осей (призма Сенармона).

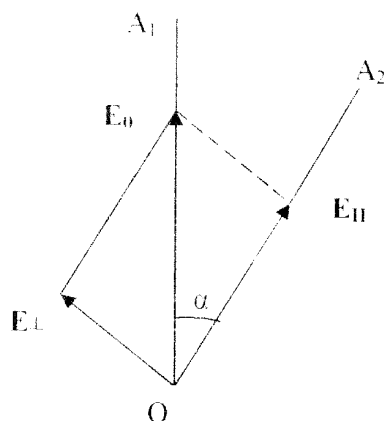
Дихроичные пластинки.

Турмалин - двоякопреломляющий кристалл, в котором обыкновенный луч поглощается сильнее, чем необыкновенный.

Поляриды - тоже один луч очень сильно поглощается.

Закон Малюса

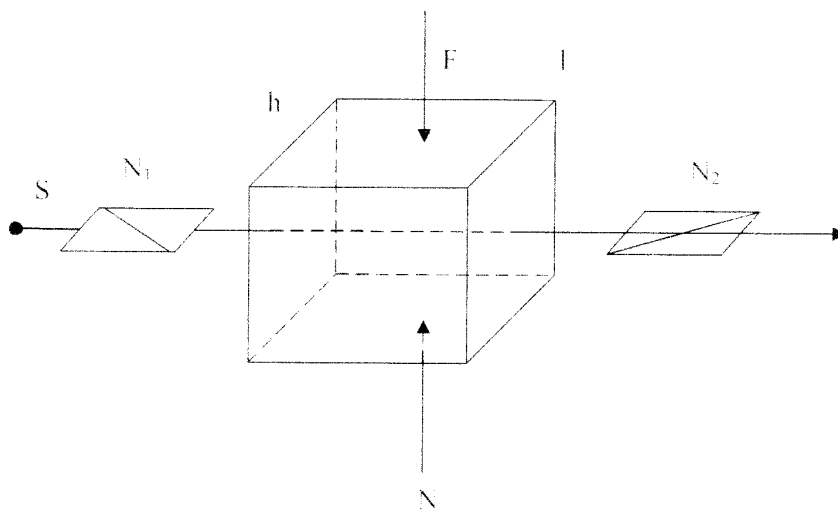
Пусть два кристалла турмалина или два поляроида поставлены друг за другом таким образом, что их оси OA_1 и OA_2 образуют между собой некоторый угол α .



Первый поляририд пропустит свет, электрический вектор E_0 которого параллелен оси OA_1 . Интенсивность этого света I_0 . Представим вектор E_0 как $E_0 = E_{11} + E_1$. Составляющая E_1 будет задержана вторым поляриридом, а пройдет только E_{11} , которая параллельна оси OA_2 . Длина E_{11} есть $E = E_0 \cos \alpha$. Следовательно, интенсивность света, прошедшего

через оба поляризатора $I=I_0 \cos^2 \alpha$. - закон Малюса.

Применение поляризованного света



а) Анизотропия, возникающая при деформациях.

Явление двойного лучепреломления при механической деформации было открыто Зеебеком и Брюстером. В случае

одностороннего сжатия или растяжения, например, вдоль оси MN, это направление становится выделенным и играет роль оптической оси.

Оптические свойства деформированного таким образом тела соответствуют свойствам одноосного кристалла. Показатели преломления n_e и n_o , соответствующие колебаниям вдоль направления МК и перпендикулярно ему, максимально отличаются друг от друга.

Мерой анизотропии в данном случае служит разность $n_o - n_e$, причем она

пропорциональна величине напряжения $P = \frac{F}{S} = \frac{F}{1H}$, т.е. величине силы, приходящейся на единицу площади.

$$n_o - n_e = kP$$

k - const; для данного вещества.

Разность хода, приобретаемая лучами при прохождении слоя вещества толщиной l

$$\Delta_{12} = l(n_1^0 - n_1^e) = kPl$$

Выразим разность хода в длинах волн

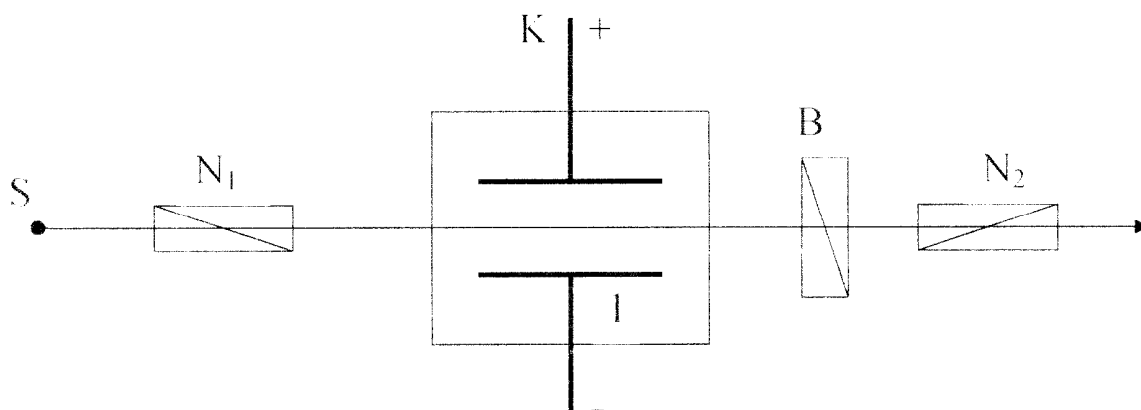
$$\Delta = \frac{\Delta_{12}}{\lambda} = \frac{k}{\lambda}Pl = cPl$$

где $c = \frac{k}{\lambda}$ - постоянная для данного вещества.

В зависимости от материала $(n_1^0 - n_1^e)$ может быть положительным или отрицательным. Const C зависит от λ , следовательно, при наблюдении в белом свете искусственно анизотропное тело в скрещенных поляризаторах оказывается пестро окрашенным. По виду полос одинакового цвета (изохорм) можно судить о величине и распределении напряжения.

- 1) Остаточные напряжения.
- 2) Метод фотоупругости (изготовление линз, зеркал, моделей реальных конструкций).

Эффект Керра



Под влиянием электрического поля вещество становится подобным одноосному кристаллу (в оптическом отношении) с оптической осью вдоль направления электрической напряженности, являющегося осью симметрии. Для монохроматического света с длиной волны λ $(n_e - n_o)$ пропорциональна квадрату напряженности поля

$$(n_e - n_o) = kE^2$$

Разность хода, приобретаемая лучами на пути l

$$\Delta = l(n_e - n_o) = k l E^2$$

Отсюда сдвиг фазы

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} = 2\pi B E^2$$

где $B = \frac{k}{\lambda}$ - постоянная Керра.

Эффект Коттон-Мутона

В некоторых случаях возможно создание искусственной анизотропии под действием магнитного поля. Однако, чтобы наблюдать такой эффект, необходимы очень сильные магнитные поля. (~ 20000 Э)

$$(n_e - n_o) = D H^2$$

$$\frac{\Delta}{\lambda} = \frac{l(n_e - n_o)}{\lambda} = C l H^2$$

H - напряженность магнитного поля

$C = \frac{D}{\lambda}$ - постоянная, зависящая от свойств среды.

Вращение плоскости поляризации.

Если линейно-поляризованный свет проходит через плоскопараллельный слой вещества, то в некоторых случаях плоскость поляризации света оказывается повернутой относительно своего исходного значения. Это явление называется вращением плоскости поляризации или оптической активностью. Это явление было обнаружено в разнообразных телах, получивших название естественно-активных. Угол вращения плоскости поляризации φ - угол, на который повернется плоскость поляризации при взаимодействии линейно-поляризованного оптического излучения с веществом. Угол поворота плоскости поляризации зависит от длины волны.

В зависимости от взятого вещества естественное вращение плоскости поляризации может происходить вправо или влево, причем эти два направления относят к наблюдателю, к которому свет приближается. В соответствие с этим различают правовращающие и левовращающие вещества. Вращение вправо считается положительным, влево - отрицательным. Для данной длины волны угол поворота плоскости поляризации пропорционален толщине пластинки $\varphi = \alpha d$, где α - вращательная способность твердых веществ - угол, на который поворачивает плоскость поляризации пластинка толщиной 1 м (удельное вращение вещества)

$$\alpha = \frac{\varphi}{d}, \quad \dim \alpha = L^{-1}, \quad [\alpha] = \frac{\text{рад}}{\text{м}}.$$